



TAMPEREEN TEKNILLINEN YLIOPISTO  
TAMPERE UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

JARI PIETILÄ  
RAUDOITETUN BETONILAATAN TAIVUTUKSEN MALLINTAMI-  
NEN ANSYS-OHJELMALLA  
Diplomityö

Tarkastajat:  
Professori Markku Tuomala  
Associate Professor Jari Mäkinen  
Tarkastajat ja aihe hyväksytty  
Talouden ja rakentamisen tiedekun-  
taneuvoston kokouksessa 7. touko-  
kuuta 2014

## TIIVISTELMÄ

TAMPEREEN TEKNILLINEN YLIOPISTO

Rakennustekniikan koulutusohjelma

**PIETILÄ, JARI:** Raudoitettun betonilaatan taivutuksen mallintaminen Ansys-ohjelmalla

Diplomityö, 75 sivua, 10 liitesivua

Toukokuu 2014

Pääaine: Rakennesuunnittelu

Tarkastajat: Professori Markku Tuomala, Associate Professor Jari Mäkinen

Avainsanat: Ansys, elementtimenetelmä, betoni, murtumisenergia, halkeilu, elementtiverkko

Diplomityön tavoitteena oli mallintaa raudoitettun teräsbetonilaatan taivutusta Ansys-laskentaohjelmalla. Laskennassa käytettiin ohjelman versiota 14.0. Laskennan lähtökoh-tana oli VTT:llä suoritettu koe, jossa raudoitettua betonilaattaa kuormitettiin murtoon asti. Lähtötietoina itse mallintamiseen toimi kyseisen kokeen tutkimusraportti, jonka päätulokset esitellään myös tässä diplomityössä.

Työn teoriaosuudessa käsitellään laskentaohjelman käyttämän materiaalimallin toimin-taa. Laskentaparametreihin perehtymällä saatiin käsitys siitä, miten niiden sekä element-tiverkon muuttaminen vaikuttavat laskentaan. Mallintamisen ja laskennallisen tarkaste-lun avuksi käsiteltiin joitain samalla periaatteella laskettuja tutkimuksia.

Laskentaohjelman käyttämien parametrien muuttamisen vaikutuksia arvioitiin kokeile-malla ja vertailemalla eri variaatioiden antamia tuloksia. Näin toimien saatiin selville elementtiverkon ja murtumisenergian vaikutukset mallin toimintaan. Murtumisenergian käsite vaikuttaa malliin muutoinkin kuin vain lukuarvona, koska siihen vaikuttavat esi-merkiksi betonin kimmokerroin ja vetolujuus. Näillä on myös suoraan vaikutusta esi-merkiksi rakenteen siirtymiin halkeilun takia redusoituvan taivutusvastuksen kautta.

Laskentaohjelmalla saatuja tuloksia verrattiin VTT:n tuloksiin. Tulosten todettiin olevan hyvin samankaltaisia. Lisäksi laskettiin analyttisesti laatan siirtymiä ja materiaalien muodonmuutoksia eri kuormitusten arvoilla. Analyttiseen laskentaan saatiin melko onnistuneesti mukaan myös halkeilun vaikutus. Kuormituksen kasvaessa siirtymät kas-vavat taivutusvastuksen redusoitumisen johdosta huomattavasti enemmän kuin vain yksinkertaista tasaisen taivutusvastuksen omaavaa palkkirakennetta tarkasteltaessa.

Laskentaohjelma kuvaa halkeilleen betonin alueen elementit vaurioituneina. Tihentä-mällä verkkoa halkeilun etenemisen suunnassa, voitiin halkeilun kuvaamisen realisti-suutta arvioida vertailemalla niitä VTT:n laattoihin, joista oli mitattu sekä halkeamien sijainteja että syvyyksiä.

Suurimpana haasteena jatkotutkimusten kannalta voidaan pitää eroa todellisen ja lasken-taohjelman mallintaman betonin välillä. Todellisuudessa betoni on epähomogeeninen seos vettä, sementtiä ja kiviainesta, minkä vuoksi sen materiaaliominaisuudet vaihtelevat suuresti saman valuerän sisällä. Laskentaohjelma kuvaa koko rakenteen vakiopara-metrein. Todellisuudessa esimerkiksi rakenteen halkeilu ei välttämättä alakaan suurim-man vetorasituksen alueella, vaan pienemmänkin vetorasituksen alueella vetolujuudel-taan heikompi kohta voi haljeta. Tämä selittää osaltaan eroja laskenta- ja koetulosten välillä.

## ABSTRACT

TAMPERE UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

Master's Degree Programme in Civil Engineering

**PIETILÄ, JARI:** Modelling of the Reinforced Concrete Slab

Master of Science Thesis, 75 pages, 10 Appendix pages

May 2014

Major: Structural Design

Examiner: Professor Markku Tuomala, Associate Professor Jari Mäkinen

Keywords: Ansys, finite element method, concrete, fraction energy, cracking, mesh

The purpose of this Master of Science Thesis was to model the bending of the reinforced concrete slab using Ansys version 14.0. Starting point was the test done by VTT, in which a reinforced concrete slab was loaded until it collapsed. The report of this test was used as source in this Master of Science Thesis. The main results of VTT test are also presented.

In theory chapter the behavior of the material model used by Ansys is described. By getting acquainted the parameters, their effect was found out, as well as the erect of meshing. To help modelling, some of similar researches were discoursed.

The effects of imposing the used parameters were estimated by testing and assimilating the results given by different variations. As follows, the effect of meshing and fraction energy was found out. Fraction energy affects the calculations not just as numerical value, but because it consist of for example Young's modulus and tension strength of concrete. They have influence to displacements also via the reducing bending resistance affected by cracking.

The results were assimilated to VTT results. They were discovered to be very similar. The displacements and strains in materials as a function of load was calculated also analytically. The effect of cracking was successfully taken along to analytic calculations. Structure gets major displacements because of the reducing bending resistance even as the load raises.

Ansys describes the cracked concrete with damage parameter. By using denser mesh, the realismity of modelling cracking could be estimated. Location and depth of cracking was also measured in VTT slabs.

The biggest challenge to addition researches is the difference between real concrete and described by Ansys. Real concrete is non-homogenous mix of water, rock and cement. Because of that, the material qualities vary a lot, even though the objects are from the same cast. Ansys describes the whole object by constant parameters. As a matter of fact, for example the cracking can start from the weakest point of the structure, even though it is located outside of the biggest tension stress area. This explains some differences between test results and calculations.

## ALKUSANAT

Tämän diplomityön johdosta haluan kiittää Tampereen teknilliseltä yliopistolta ohjaajaani Markku Tuomalaa, joka mahdollisti diplomityön toteutumisen saattamalla aiheen tietoisuuteeni. Lisäksi hän on osoittanut minulle hyviä kirjallisia lähdemateriaaleja sekä antanut hyviä neuvoja liittyen etenkin materiaalimallien teoreettiseen tarkasteluun. Lisäksi haluan kiittää Tampereen teknilliseltä yliopistolta ohjaajaani Jari Mäkistä, jolta olen saanut runsaasti apua Ansys-laskentaohjelman käytössä ja toiminnan ymmärtämisessä. Lisäksi olen saanut häneltä hyviä neuvoja liittyen työn ulkoasuun.

Diplomityön rahoittajan VTT:n puolelta haluan kiittää projektissa mukana olleita tutkijoita Arja Saarenheimoa sekä Kim Caloniusta, jotka ovat omalla tutkimustyöllään mahdollistaneet diplomityön toteutumisen. Haluan myös erityisesti kiittää heitä selkeästä lähdemateriaaleista sekä ohjeista liittyen työn kokonaisrakenteeseen ja tavoitteisiin. Työn tavoitteet ja aikataulutus olivat selkeitä, mutta joustavia, minkä ansiosta ymmärsin myös itse syvällisemmin diplomityöhön liittyviä näkökulmia.

Tampere, 18.12.2014.

Jari Pietilä

# SISÄLLYS

Abstract .....	iii
Termit ja niiden määritelmät .....	vii
1 Johdanto .....	1
2 Betonimallin matemaattinen toiminta .....	3
2.1 Betonin ominaisuuksien kuvaaminen laskentaohjelmissa .....	3
2.2 Vaurioituminen .....	3
2.2.1 Teoreettinen vauriopinta .....	3
2.2.2 Parametrit Ansyksessa .....	4
2.2.3 Halkeilu ja murtumisenergia .....	8
2.2.4 Puristuskäyttäytyminen .....	10
3 Kirjallisuuskatsaus taivutetun rakenteen mallintamisesta laskentaohjelmalla .....	13
3.1 Kirjallisuuskatsauksen rajaus .....	13
3.2 Yksiaukkoinen teräsbetonipalkki, Espanja 1998 .....	13
3.3 Yksiaukkoinen palkki laskentaohjelmalla ja todellisuudessa, Iran 2008 .....	15
3.4 Ratapölkky, Thaimaa 2006 .....	18
4 Staattinen taivutuskoe .....	20
4.1 Koejärjestelyt .....	20
4.2 Materiaaliominaisuudet .....	21
4.3 Mittaustulokset .....	22
5 Laskentamalli .....	26
5.1 Betonin elementtiverkko ja materiaaliominaisuudet .....	26
5.2 Rauditus .....	29
5.3 Kuormitus .....	30
6 Rakenteen analyttinen tarkastelu .....	32
6.1 Muodonmuutokset .....	32
6.2 Siirtymät .....	37
7 Laskentaohjelman ominaisuuksien vaikutukset .....	41
7.1 Elementtiverkon ominaisuudet .....	41
7.1.1 Siirtymät .....	41
7.1.2 Laatan murtuminen .....	42
7.2 Betonin materiaaliparametrien vaikutus .....	44
7.2.1 Siirtymät .....	44
7.2.2 Betonin puristuma .....	46
7.3 Murtumisenergia .....	48
8 Staattisen taivutuskokeen laskenta elementtimenetelmällä .....	50
8.1 Lähtötilanne .....	50
8.2 Siirtymät .....	50
8.3 Yläpinnan betonin puristuma .....	52
8.4 Teräsvenymät .....	54
9 Laskentaohjelman kuvaama halkeilu .....	57

9.1	Halkeilun syntyminen .....	57
9.2	Vaurioitumisen kuvaaman halkeilun tarkastelu tiheällä elementtiverkolla ....	57
9.3	Halkeilun vertailu staattiseen taivutuskokeeseen.....	60
10	Johtopäätökset.....	64
10.1	Siirtymät.....	64
10.2	Betonin puristumat.....	66
10.3	Teräkset.....	68
10.4	Halkeilu.....	71
11	Yhteenveto .....	73
	Lähteet.....	75
	Liitteet.....	76
	Liite A: APDL-komentojono .....	76
	Liite B: Tulokset .....	79
	B.1 Yleistä.....	79
	B.2 Siirtymät .....	79
	B.3 Betonin puristuma .....	80
	B.4 Teräsvenymä.....	82
	B.5 Teräsjännitykset.....	84

## TERMIT JA NIIDEN MÄÄRITELMÄT

Ansysis	Työn tekemisessä käytetty laskentaohjelma. Laskennassa käytettiin ohjelman versiota 14.0.
APDL	Ohjelmointikieli, jota Ansysis käyttää sekä mallin luomisessa että laskennassa.
Bilineaarinen	Materiaalin käyttäymismalli, jonka määrää kaksi eri kulmakertoimen omaavaa toisensa leikkaavaa suoraa. Tyypillisesti toinen suora kulkee origon kautta. Ominaista on, että jälkimmäiselle suoralle ei ole määritelty päättymispistettä, jolloin teoriassa äärettömät muodonmuutokset ovat mahdollisia.
Deviatorinen	Jännitystensorin osa, joka kuvaa puhdasta leikkausta.
Dissipaatio	Energian muuttuminen muodosta toiseen.
Drucker-Pragerin ehto	Betonin materiaalimalliin asetettavissa oleva laskentaehto, joka sallii plastisen käyttäytymisen.
Epähomogeeninen	Useamman kuin yhden aineen seos, joka ei lopputilanteessa ole sekoittunut niin, että kaikki materiaalipartikkelit olisivat samanlaisia.
Murtumisenergia	Suure, joka kuvaa materiaalimallin alttiutta halkeamiselle. Siihen vaikuttavat lineaarisen käyttäytymisen alueen materiaaliparametrit, elementin koko sekä käyttäjän säädeltävissä oleva erillinen kerroin.
Nelipistetaivutus	Kuormitusmalli, jossa vapaasti tuettua palkkirakennetta kuormitetaan kahdella kuormituslinjalla symmetrisesti jännitteen keskipisteeseen nähden. Tällöin rakenteeseen kohdistuu kaksi kuormittavaa voimaa ja kaksi tukivoimaa.
Osavaurioitumispinta	Jonkin vaurioitumiskriteerin muodostaman pinnan osa, joka materiaalin on mahdollista saavuttaa ilman muiden vaurioitumiskriteerien asettamia rajoituksia.
Solid65	Ansysis-laskentaohjelman elementti, joka on kehitetty nimenomaisesti betonin mallintamiseen.

# 1 JOHDANTO

Raudoitetun betonirakenteen epälineaarisen käyttäytymisen numeerinen analyysi laskentaohjelmalla on haastavaa. Tässä diplomityössä mallinnetaan raudoituksen sisältävä laatta Ansys-laskentaohjelmalla. Laskennan lähtökohtana toimi Teknologian tutkimuskeskus VTT:n suorittama raudoitetun laatan taivutuskoe. Siitä mitattiin useita eri ominaisuuksia, jotka dokumentoitiin. Tässä työssä esitellään lyhyesti suoritettu koe ja sen tulokset. Materiaalien ominaisuuksista mitattujen suureiden yhteydet ja vaikutus laskentaohjelman parametreihin osoitetaan, kuten myös laskentamallin matemaattinen toiminta. Laattaa pyritään yksinkertaisilla mekaniikan kaavoilla käsittelemään myös analyytisesti. Laskentaohjelman tuloksia verrataan sekä VTT:n koetuloksiin että analyytisiin laskentatuloksiin. Lisäksi laskentaohjelman tuloksista pyritään havaitsemaan ilmiöitä, joita taivutuksen yhteydessä rakenteessa tiedetään esiintyvän.

Laskentamallin käyttäytymiseen vaikuttaa materiaaliominaisuuksien lisäksi myös käytetyn elementtiverkon koko. Lisäksi näiden yhteisvaikutuksesta määräytyy betonirakenteille ominaiseen ilmiöön, halkeiluun, vaikuttava murtumisenergia. Kaikille edellä mainituille suureille on löydettävä arvo, jolla tulosten voidaan todeta olevan luotettavia. VTT:n koelaattoja oli vain kaksi kappaletta, joten laskentatulosten vertailukohteen otos on melko pieni, kun huomioidaan vielä betonin huomattavan epähomogeeninen rakenne. Betoni on veden, kiviaineksen ja sementtiliiman seos, jossa kyseiset ainekset voivat lisäksi olla eri tavoin sitoutuneita. Tällöin esimerkiksi lujuusominaisuuksien hajonta on erittäin suuri, mikä tekee materiaalin kuvaamisesta homogeenisena erittäin haastavaa.

Laskentaohjelman tuloksia eri suureille tarkasteltiin samoissa pisteissä, joista oli mitattu arvoja myös todellisessa kokeessa. Eri mittauspisteiden väliltä on mielenkiintoista nähdä, kuvaako laskentaohjelma esimerkiksi samat muodonmuutossuureet koko sille alueelle, jolla taivutusmomentin pitäisi olla vakio. Yhden mittauspisteen tarkastelulla ja vertailulla taivutuskokeeseen sekä analyytisiin tuloksiin saadaan käsitys materiaalin toimivuudesta, mutta edellä mainitun esimerkin sekä eri mittauspisteiden välisen vertailun avulla voidaan tutkia, miten laskentaohjelma kuvaa rakenteen kokonaisuutena. Näin voidaan myös arvioida rakenteen vaurioitumistapaa.

Geometrialtaan yksinkertaisen betonirakenteen mitoittaminen on ilman laskentaohjelmia suhteellisen yksinkertaista, kun tunnetaan kuormat ja materiaaliominaisuudet. Tällöin prosessi supistuu mittojen ja raudoituksen määrittämiseen, jonka kautta rakenteen kestävyys tunnetaan. Esimerkiksi onnettomuustilanteessa kuormitus voi kuitenkin olla äkillinen ja ylittää suunnittelukuorman. Törmäystilanteessa voi aiheutua iskumaisen kuormituksen johdosta äkillisiä taivutusrasituksia, joskin suuren massansa ansiosta betonirakenteella on kyky vaimentaa niistä aiheutuvia jännityksiä. Dynaamisten kuormi-



tusten aikaansaamien jännitysten määrittäminen rakenteen vaurioituessa ilman laskentaohjelmia on käytännössä mahdotonta, koska tällöin sen vaste on epälineaarinen. Myös useat betonin materiaaliominaisuudet ovat epälineaarisia ja ajasta riippuvia. Betonin luotettava tarkastelu dynaamisen kuormituksen alaisena ei kuitenkaan ole mahdollista ennen staattisten ominaisuuksien tarkkaa tuntemusta.

Tässä työssä tarkastellaan paitsi rakenteen staattista kestävyyttä siirtymien ja materiaalien muodonmuutosten kautta, myös rakenteen vetojännityksestä aiheutuvaa halkeilua. Joissain vaativissa rakenteissa ei voida sallia onnettomuustilanteessakaan rakennetta läpäiseviä halkeamia. Tällaisia voi esiintyä, vaikka rakenne kestäisi kuormitukset ja säilyttäisi kantokykynsä. Tällöin rakenteen voitaisiin perinteisen lujuusarvoihin perustuvan mitoituksen kannalta katsoa kestävän kuormitukset, mutta liiallista halkeilua ei voida sallia. Halkeilun rajoittamiselle esiintyy kyllä kaavoja ja menetelmiä mitoitusohjeissa, mutta dynaamisen kuormituksen alaisena betonin toiminta poikkeaa staattisesta tapauksesta. Tässä työssä pyritään saamaan käsitys, miten hyvin laskentaohjelma kuvaa halkeilua staattisessa taivutuksessa. Yksittäisten halkeamien kuvaaminen ei ole oleellista, vaan laskentaohjelma kuvaa yleensä halkeilua määrittämällä koko elementin vaurioituneeksi. Vasta tämän menetelmän oikeanlaisen toiminnan varmistamisen jälkeen voidaan siirtyä myös halkeamatarkastelussa dynaamisiin kuormituksiin.

## 2 BETONIMALLIN MATEMAATTINEN TOIMINTA

### 2.1 Betonin ominaisuuksien kuvaaminen laskentaohjelmissa

Betoni on mikromekaanisten ominaisuuksiensa vuoksi ollut perinteisesti vaikeasti mallinnettavissa oleva materiaali, eikä sen matemaattisen mallin luominen ole yksinkertaista. Todellisuudessa betoni on kiviaineksen, veden ja sementin epähomogeeninen seos, joka sisältää myös epäsäännöllisen määrän ilmaa. Tätä seosta pitäisi laskennassa pystyä kuvaamaan mahdollisimman yksinkertaisella konstitutiivisella mallilla. Huokosten koonpuristuminen, hydrostaattisen paineen aiheuttamat ilmiöt sekä osittain niistä johtuvat epälineaariset jännitys-muodonmuutuskäyttäytymiset tekevät betonin matemaattisista malleista monimutkaisia. Oman haasteensa käyttäytymiseen tuo vielä betonin puristuslujuuteen verrattuna alhainen vetolujuus ja sen seurauksena helposti syntyvä halkeilu. Epähomogeenisesta rakenteesta johtuen betonin halkeilu on aina tietynlainen satunnaiseen paikkaan realisoituva ilmiö. Homogeenisen mallin tulisi kyetä kuvaamaan myös epäsäännöllinen halkeilu yhtenä parametrina niin, että rakenteen käyttäytyminen vastaisi todellisuutta. [5]

Ansys 14.0 käyttää Solid65-elementeillä mallinnetun betonin kuvaamiseen konstitutiivista triaksiaalista mallia [1], jonka kehittivät K.J. Willam ja E.P. Warnke 1970-luvulla [13]. Elementteihin on mahdollista lisätä myös raudoituksia, joiden materiaalin käyttäytymisen matemaattinen mallintaminen on huomattavasti betonia yksinkertaisempaa. Tässä työssä tarkastellaan myöhemmin betonin muodonmuutoksia, jännityksiä ja halkeilua, joten keskitytään tässä aluksi triaksiaalisesti toimivan mallin vaurioitumiskäyttäytymiseen.

### 2.2 Vaurioituminen

#### 2.2.1 Teoreettinen vauriopinta

Betonin kaltaisille hauraasti käyttäytyville materiaaleilla on kehitetty triaksiaalinen vaurioitumispinta. Kolmiulotteisten jännityskomponenttien kautta määritettävälle matemaattiselle mallille ja vaurioitumispinnalle on olemassa neljä vaatimusta, jotta mallia voidaan pitää luotettavana:

1. Mallin toiminta vastaa kokeellisia tuloksia.
2. Mallin parametrit ovat helposti määritettävissä koetuloksista.
3. Vaurioitumispinnan on oltava tasainen, eikä sen tangenteille sallita äkillisiä suunnanmuutoksia.
4. Vaurioitumispinnassa ei saa olla epäjatkuvuuskohtia.

Edellä mainitut vaatimukset saavutetaan mallissa tietyillä toiminnallisilla ehdoilla. Vaurioitumispinnan on riipputtava sekä hydrostaattisesta että deviatorisesta jännitystilasta, joista jälkimmäisen on riipputtava pääjännitysten suunnasta. Tällä saavutetaan tyypillisesti riittävä tarkkuus ensimmäisen vaatimuksen toteuttamiseksi. [13]

Toisen vaatimuksen täyttämiseksi on mallissa käytettävät parametrit yksinkertaistettava ja niiden lukumäärä minimoitava. Tällöin materiaalin käyttäytyminen ei muutu täysin toisenlaiseksi vain parametreja muuttamalla. Ansyksen betonimalliin syötettävät parametrit esitellään tarkemmin kappaleessa 2.2.2. [13]

Laskennallisesti vaurioitumispinnalla tai sen derivaatoilla ei saa olla äkillisiä muutoksia, koska elastisten muodonmuutosten käyttäytymisen on oltava yksiselitteistä [13]. Jos vaurioitumispinta muuttaa suuntaansa äkisti, voi syntyä tilanne, jossa alkio on saavuttanut jännitystilaa, jossa sillä on useampi mahdollinen suunta saavuttaa vaurioitumispinta yhtä helposti. Tällöin sen polku vaurioitumispinnalle ei ole yksiselitteinen.

Vauriopinnassa ei saa olla epäjatkuvuuskohtia, jotta materiaalmalli pysyy stabiilina. Ulkoisen kuormituksen alaisen materiaalin dissipaation on oltava positiivista termodynamiikan sääntöjen mukaisesti. [13]

## 2.2.2 Parametrit Ansyksessa

Ansyksen version 14.0 käyttämän betonin materiaalmallin matemaattinen toiminta perustuu Willamin ja Warnken kehittämään malliin, jonka päävaatimukset on esitetty kappaleessa 2.2.1. Yleinen ehto materiaalin vaurioitumiselle on

$$\frac{F}{f_c} - S \geq 0, \quad (1)$$

jossa  $F$  on normaalijännitysten määrittämä funktio, joka esitetään eri jännitystiloilta tuonnempana. Parametri  $f_c$  on käyttäjän määrittämä yksiaksiaalinen puristuslujuus ja  $S$  on vaurioitumispinnan funktio. Funktiot  $F$  ja  $S$  riippuvat siitä, millä tavalla vaurioitumispinta saavutetaan. Huomioitavaa on, että vaikka kaavassa (1) esitetään vain puristuslujuus  $f_c$ , toimii malli matemaattisesti myös jatkossa täysin identtisesti myös vetojännityksen alaisena. [1]

Ansyksen käyttäjän on mahdollista asettaa kaiken kaikkiaan kuusi parametria, jotka vaikuttavat funktioihin  $F$  ja  $S$ . Ne ovat

1. Yksiaksiaalinen vetolujuus  $f_t$
2. Yksiaksiaalinen puristuslujuus  $f_c$

3. Biaksaallinen puristuslujuus  $f_{cb} (=1.2f_c)$
4. Ympäröivän hydrostaattisen paineen aiheuttama jännitystaso  $\sigma_h^a$
5. Hydrostaattisen paineen huomioon ottava biaksaallinen puristuslujuus  $f_l$  ( $=1.45f_c$ )
6. Hydrostaattisen paineen huomioon ottava yksiaksaallinen puristuslujuus  $f_2$  ( $=1.725f_c$ )

Sulkeissa olevat arvot parametreille 3, 5 ja 6 ovat oletusarvoja, joita ohjelma käyttää, mikäli käyttäjä jättää nämä kohdat tyhjiksi. Mikäli hydrostaattisen paineen aiheuttaman jännityksen odotetaan olevan laskennassa suuri, on kaikki parametrit kuitenkin annettava, sillä sulkeissa olevat oletusarvot pätevät vain jos

$$|\sigma_h| \leq \sqrt{3}f_c, \quad (2)$$

jossa  $\sigma_h$  on vallitseva hydrostaattinen paine. Kaava (2) siis rajoittaa hydrostaattista jännitystasoa, joka on edelleen määritetty

$$\sigma_h = \frac{1}{3}(\sigma_{xp} + \sigma_{yp} + \sigma_{zp}), \quad (3)$$

jossa  $\sigma_{xp}$ ,  $\sigma_{yp}$  ja  $\sigma_{zp}$  ovat pääjännityksiä. [1]

Koska mallissa on määritelty niin, että eri koordinaattiakselien suuntaiset jännitykset voivat olla kaavoissa toistensa sijoilla riippuen niiden suuruusjärjestyksestä, on kaavassa (3) esitetyille jännityskomponenteille tästä eteenpäin voimassa

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3, \quad (4)$$

joka siis järjestää pääjännitykset suuruusjärjestykseen. Koska betonin lujuusominaisuudet ovat isotrooppisia eli suunnasta riippumattomia, voi murtuminen eli vaurioitumispinnan saavuttaminen tapahtua neljällä eri tavalla. Jos ensimmäisenä tapauksena pidetään jokaisen pääsuunnan puristusta, ovat muut tapaukset niin, että vedettyjä suuntia on yhdestä kolmeen. Koska suurimman vetojännityksen suunta on aina  $\sigma_1$ , ei ole merkitystä, onko se esimerkiksi  $x$ - vai  $y$ -suunnassa.

Esitetään betonipartikkelille neljä erilaista vaurioitumistapaa, eli polkua, jota pitkin ne voivat saavuttaa vaurioitumispinnan. Määritellään näille neljälle tavalle kaavaan (1) sijoitettavat jännitysfunktiot  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  ja  $F_4$ , sekä niitä vastaavat lopullisen vaurioitumispinnan osapinnat  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  ja  $S_4$ . Tässä esitettävistä yhtälöistä tullaan näkemään vaurioitumispintojen muotojen lisäksi niiden käyttäytyminen tilanteissa, joissa jokin jännityksistä vaihtaa merkkiään.

Ensimmäinen vaurioitumistapa on triaksaallinen puristusmurtuminen. Tällöin kaikki jännityskomponentit saavat negatiivisen arvon, ja jännitysfunktio on

$$F_1 = \frac{1}{\sqrt{15}} \sqrt{[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}, \quad (5)$$

jossa  $\sigma_i$ :t ovat kaavan (4) mukaisesti järjestetyt koordinaattiakselien suuntaiset normaali-jännitykset. Vastaavasti on määritelty osavaurioitumispinnan yhtälö

$$S_1 = \frac{2r_2(r_2^2 - r_1^2)\cos(\eta) + r_2(2r_1 - r_2)\sqrt{4(r_2^2 - r_1^2)\cos^2(\eta) + 5r_1^2 - 4r_1r_2}}{4(r_2^2 - r_1^2)\cos^2(\eta) + (r_2 - 2r_1)^2}, \quad (6)$$

jossa kulman  $\eta$  kosini on määritelty normaali-jännitysten avulla

$$\cos(\eta) = \frac{2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3}{\sqrt{2[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}}, \quad (7)$$

ja muodostuvan kahdeksantahokkaan kulmien etäisyydet keskipisteestä on määritelty

$$r_1 = a_0 + a_1\xi + a_2\xi^2, \quad (8)$$

$$r_2 = b_0 + b_1\xi + b_2\xi^2, \quad (9)$$

ja edelleen on määritelty vauriokriteeri

$$\xi = \frac{\sigma_h}{f_c}, \quad (10)$$

jossa  $f_c$  ovat käyttäjän asettama parametri, jonka mukaan myös  $\sigma_h$  määräytyy. Kaavojen (8) ja (9) kertoimet  $a_i$  ja  $b_i$  on määritelty rajatapausjännitysvektorien avulla niin, että yhden tai useamman suunnan jännitykset saavat murtumisen kannalta kriittisen arvon. Vektorit on määritelty kaavan (5) mukaisesti funktiolla  $F_I(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$

$$\left\{ \begin{array}{c} \frac{F_1(f_t, 0, 0)}{f_c} \\ \frac{F_1(0, -f_{cb}, -f_{cb})}{f_c} \\ \frac{F_1(-\sigma_h^a, -\sigma_h^a - f_1, -\sigma_h^a - f_1)}{f_c} \end{array} \right\} = \begin{bmatrix} 1 & \xi_t & \xi_t^2 \\ 1 & \xi_{cb} & \xi_{cb}^2 \\ 1 & \xi_1 & \xi_1^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix}, \quad (11)$$

$$\left\{ \begin{array}{c} \frac{F_1(0, 0, -f_c)}{f_c} \\ \frac{F_1(-\sigma_h^a, -\sigma_h^a, -\sigma_h^a - f_2)}{f_c} \\ \frac{F_1(0, 0, 0)}{f_c} \end{array} \right\} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{9} \\ 1 & \xi_2 & \xi_2^2 \\ 1 & \xi_0 & \xi_0^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{Bmatrix}, \quad (12)$$

joissa kerroinmatriisien viidestä tuntemattomasta  $\xi$ -termistä neljä on määritelty suoraan käyttäjän syöttämien parametrien avulla

$$\xi_t = \frac{f_t}{3f_c}, \quad (13)$$

$$\xi_{cb} = -\frac{2f_{cb}}{3f_c}, \quad (14)$$

$$\xi_1 = -\frac{\sigma_h^a}{f_c} - \frac{2f_1}{3f_c}, \quad (15)$$

$$\xi_2 = -\frac{\sigma_h^a}{f_c} - \frac{f_2}{3f_c}, \quad (16)$$

ja viides tuntematon on yhtälön

$$a_0 + a_1\xi_0 + a_2\xi_0^2 = 0 \quad (17)$$

positiivinen juuri. Yhtälön ratkaisemiseen tarvitaan kaavan (11)  $a_i$ -termejä, mutta koska kaavassa ei itsessään ole termiä  $\xi_0$ , ei ole tarvetta iteroinnille, vaan kaavan (12)  $b_i$ -termit ratkeavat lopulta kaavan (11)  $a_i$ -termien avulla. [1]

Jotta vauriopinta olisi suljettu, on vektorien tekijöille asetettu rajoitukset

$$a_0 > 0, a_1 \leq 0, a_2 \leq 0, b_0 > 0, b_1 \leq 0, b_2 \leq 0, \quad (18)$$

jotka saattavat tilanteeseen, jossa  $\xi \gg \xi_2$  [13]. Periaatteena tämä kuvaa tilannetta, jossa betoni murtuu vallitsevan hydrostaattisen paineen takia. Tämän vuoksi hydrostaattisen paineen huomioon ottavat lujuudet  $f_1$  ja  $f_2$  tulisi määrittellä huomioiden alkutilanteessa vallitseva hydrostaattinen paine  $\sigma_h^a$  niin, että ne kestäisivät suurimman kaavan (3) mukaan muodostuvan hydrostaattisen paineen. [1]

Toinen vaurioitumistapa on biaksiaalinen puristus, jolloin jäljelle jäävässä suunnassa vallitsee joko nollajännitystilä tai vetojännitys, joista viimeinen on kaavan (4) mukainen  $\sigma_I$ . Tällöin edes sen negatiivista arvoa ei oteta mukaan jännitysfunktioon, joka saa muodon

$$F_2 = \frac{1}{\sqrt{15}} \sqrt{[(\sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3)^2]}, \quad (19)$$

ja sitä vastaava osavaurioitumispinnan funktio

$$S_2 = \frac{2p_2(p_2^2 - p_1^2)\cos(\eta) + p_2(2p_1 - p_2)\sqrt{4(p_2^2 - p_1^2)\cos^2(\eta) + 5p_1^2 - 4p_1p_2}}{4(p_2^2 - p_1^2)\cos^2(\eta) + (p_2 - 2p_1)^2}, \quad (20)$$

jossa  $\cos(\eta)$  on määritelty kuten kaavassa (7) triaksiaaliselle puristukselle. Osavaurioitumispinnan muissa tekijöissä on analogia kaavoihin (8) ja (9), ja ne määritellään

$$p_1 = a_0 + a_1\chi + a_2\chi^2, \quad (21)$$

$$p_2 = b_0 + b_1\chi + b_2\chi^2, \quad (22)$$

joissa  $a_i$ - ja  $b_i$ -termit määritellään kuten triaksiaaliselle puristukselle kaavojen (11)–(18) avulla. Eron triaksiaalisen puristuksen aiheuttamaan murtoon tekee tässä kaavoissa (21) ja (22) vauriokriteerin määrittely

$$\chi = \frac{(\sigma_2 + \sigma_3)}{3f_c}, \quad (23)$$

joka poikkeaa kaavan (10) vauriokriteeristä. Vertailemalla kaavoja (10) ja (23) nähdään, että syötetyistä parametreista riippuen vaurioitumispinta voidaan tässä tapauksessa saavuttaa joko triaksiaalisena puristumurtumisena tai yhden suunnan vetomurtumisena, jolloin vetojännitystä vastaan kohtisuoraan tasoon syntyy halkeama. [1]

Kolmannessa tapauksessa vallitsee kahdessa suunnassa veto- tai nollajännitys ja yhdessä suunnassa puristus, neljännessä tapauksessa taas ei yhdessäkään suunnassa ole puristusjännitystä. Näissä tapauksissa jännitysfunktio on

$$F_3 = F_4 = \sigma_i, \quad (24)$$

jossa yhtälön oikealle puolelle tulevat ne suunnat, joissa vetojännitystä on. Mikäli yhdessä suunnassa vallitsee vielä puristus, on osavaurioitumispinnan yhtälö

$$S_3 = \frac{f_t}{f_c} \left( 1 + \frac{\sigma_3}{f_c} \right). \quad (25)$$

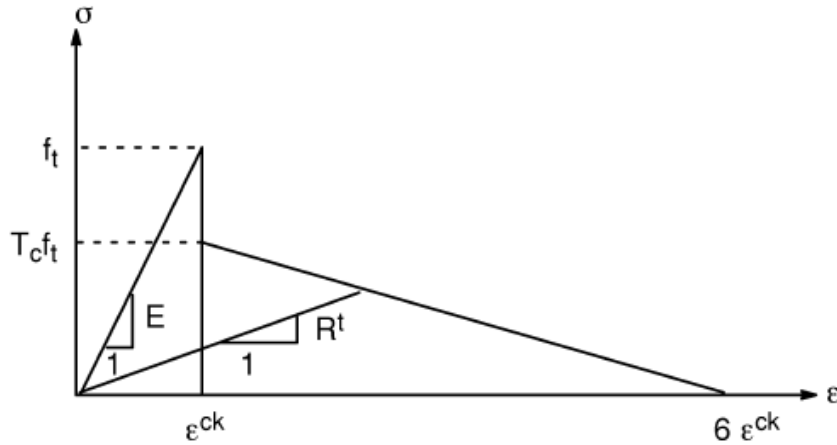
Jos kolmannessakin suunnassa on veto- tai nollajännitys, on neljännen tapauksen osavaurioitumispinta luonnollisesti

$$S_4 = \frac{f_t}{f_c}, \quad (26)$$

eli mahdollinen vetojännitys ei kasvata materiaalin kestävyyttä, vaan se jätetään huomioidatta kaavassa (25). Useamman suunnan vetojännityksen alaisessa materiaalissa halkeama syntyy aina kohtisuorasti vallitsevien vetojännitysten vektorisuuntaa vastaan. [1]

### 2.2.3 Halkeilu ja murtumisenergia

Betonin käyttäytyminen vetojännityksen alaisena on esitetty kuvassa 2.1.



**Kuva 2.1** – Betonin jännitys-venymäkäyttäytyminen halkeilutilanteessa [2]

Kuvasta 2.1 havaitaan, että vetolujuuden ylittyessä jännitys laskee välittömästi käyttäjän asettaman kertoimen  $T_c$  mukaisesti. Matkaa, jolla jännitys laskee lineaarisesti noltaan, ei ole mahdollista säätää, vaan se on määrätty arvoon  $6\varepsilon_{ck}$ . Murtovenymää on kuitenkin mahdollista säätää, koska siihen asti materiaalin käyttäytyminen on lineaarista, jolloin on voimassa Hooken laki

$$\varepsilon_{ck} = \frac{f_t}{E}, \quad (27)$$

jossa  $f_t$  on kappaleessa 2.2.2 esitelty käyttäjän asettama vetolujuus ja  $E$  käyttäjän asettama kimmokerroin.

Materiaalin vetolujuusominaisuuksien kannalta olennainen asia on sen murtumisenergia, joka voidaan määrittää kuvan 2.1 mukaisen murtumisen jälkeisen alueen kuvaajan alle jäävän pinta-alan ja elementtikoon tulona [12]

$$G_f = Al = \frac{1}{2} T_c f_t (6 - 1) \varepsilon_{ck} l, \quad (28)$$

jossa  $l$  on elementin karakteristinen mitta. Koska tässä kokeessa tiedetään, mihin suuntaan vetolujuuden ylittävää jännitystä syntyy, voidaan elementin karakteristisena mittana pitää elementin pituutta laatan jänteen suunnassa.

Kun kaavan (27) Hooken lain mukainen murtovenymä sijoitetaan kaavaan (28), saadaan murtumisenergialle lauseke

$$G_f = \frac{5}{2} \frac{T_c f_t^2 l}{E}, \quad (29)$$

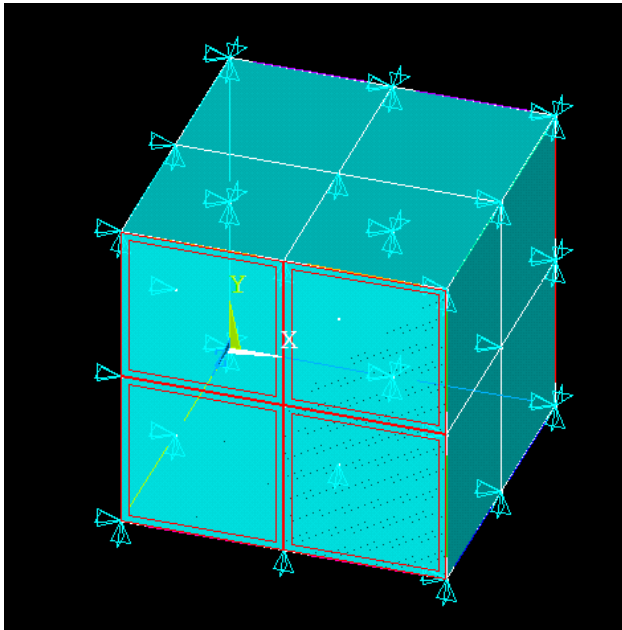
jonka avulla murtumisenergia voidaan laskea suoraan käyttäjän asettamien parametrien avulla. Kertoimen  $T_c$  yläraja-arvo on dimensioton 1,0. Muuttujien  $f_t$  ja  $E$  arvoiksi on asetettava myös muuta kuin murtumisenergiaa ajatellen oikeanlaisia arvoja, jotta ne eivät vaikuttaisi liikaa laskennan muihin osa-alueisiin, kuten muodonmuutoksiin tai vetopuolen väärin ajoitettuun halkeiluun.



### 2.2.4 Puristuskäyttäytyminen

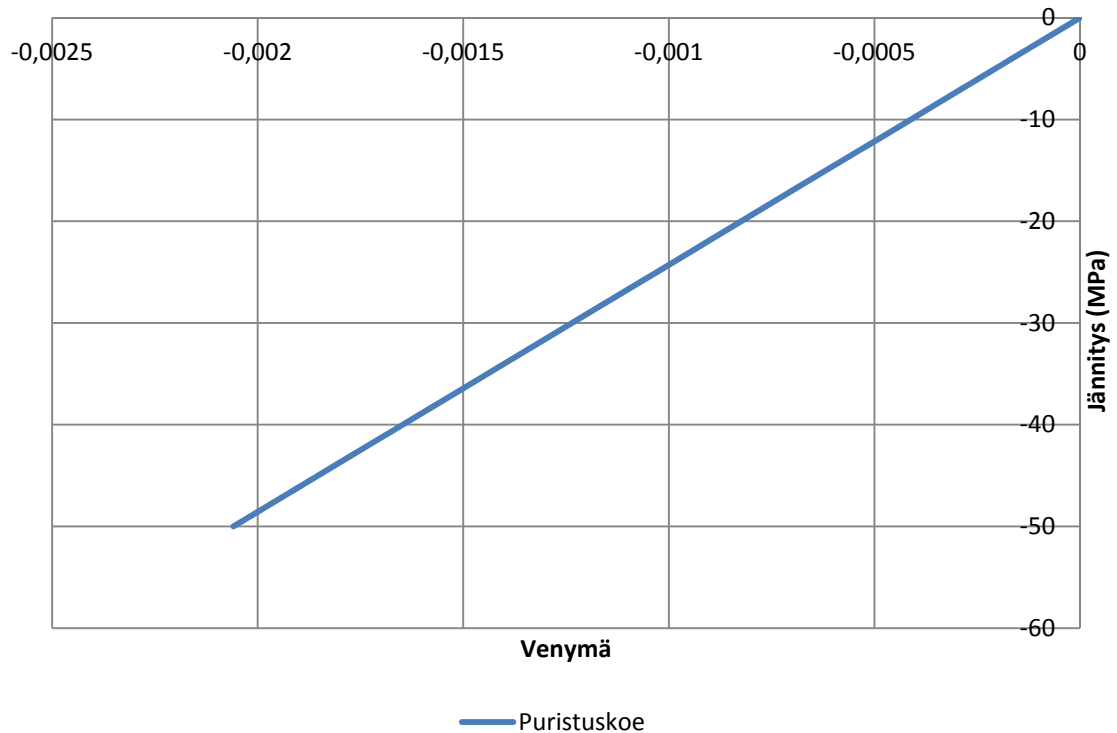
Ansyksen teorian manuaalista [3, 4] ei löydy tarkkaa tietoa betonin puristuspuolen jännitys-venymäkäyttäytymisestä, kuten siitä löytyy vetopuolen käyttäytymiselle. Laatan lopullisen kapasiteetin ja siirtymien kannalta on oleellista, meneekö puristettu betoni lineaarisesti murtumiseensa saakka kimmokertoimen määräämää kulmakerrointa noudattaen, vai esiintyykö sillä vielä ennen murtumistaan epälineaarista käyttäytymistä.

Asian selvittämiseksi suoritettiin Ansyksella yksinkertainen koe, jossa luotiin kuution muotoinen särmältään 30 mm mittainen betonikappale, joka jaettiin kahdeksaan elementtiin. Kuva koejärjestelystä on esitetty kuvassa 2.2.



**Kuva 2.2** – Yksinkertaisen puristuskokeen koejärjestelyt. Vaaleansiniset nuolet kuvaavat solmuille asetettuja reunaehtoja ja punaiset neliöt pinnalle aiheutettua jännitystä.

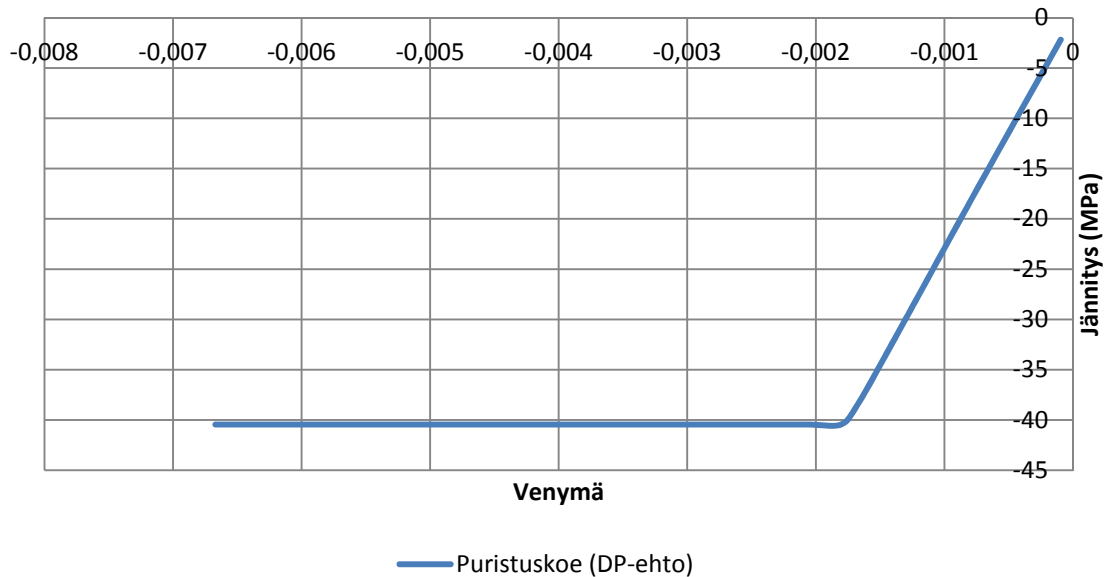
Kuvasta 2.2 taso  $Z=0$  tuettiin jäykästi ja tasolle  $Z=30$  mm aiheutettiin ulkoinen paine. Muut sivut tuettiin vain tasoa vastaan kohtisuorassa. Ulkoinen paine kasvatettiin tasaisesti betonin murtumishetkeen asti, ja kuormituspisteiltä mitattiin keskipisteen  $Z$ -suunnan puristumaa. Saatu kuvaaja murtumiseen asti on esitetty kuvassa 2.3.



**Kuva 2.3** – Laskennallisesti määritetty betonin puristuspuolen jännitys-venymäkäyttäytyminen. Jännitys ja venymä ovat kummatkin elementiltä mitattuja arvoja.

Kun betonin jännitys alkoi lähestyä puristuslujuutta  $f_c = 50$  MPa, laskenta hidastui, mutta kuvaaja pysyi lineaarisena. Kuvaajan kulmakerroin noudatti melko tarkasti asetettua kimmokerrointa 23 GPa. Todellinen murtopuristuma kuormituksen suunnassa jäi hieman laskennallista arvoa pienemmäksi. Tämä aiheutui kuvassa 2.3 esitetystä tuentata-  
vasta. Kappale oli tuettu myös sivusuuntaisia liikkeitä vastaan, jolloin venymä ei päässyt muodostumaan täysin vapaasti kimmokertoimen mukaan. Betonin murtumisen jälkeen laskenta keskeytyi. Puristuspuolella ei siis ole havaittavissa ilmiötä, joka vapauttaisi jännitystä maltillisesti vielä venymiä kasvattaen. Tällainen ei olisi tosin edes tarpeen, koska vapautuvaa puristusjännitystä ei yleensä ota vastaan mikään muu rakenneosa, vaan koko rakenne murtuu esimerkiksi taivutuksessa äkillisesti. Betonin vetopuolella kuvan 2.1 mukainen lineaarinen jännitysten lasku on etenkin laskennan onnistumisen kannalta tarpeen, koska vapautuva jännitys siirtyy halkeillessa vetoteräksille.

Asettamalla materiaalille myös Drucker-Pragerin myötöehto (DP), saadaan betonille mallinnettua plastinen käyttäytyminen [7]. Toisessa kokeessa betonin puristuslujuutta rajasi joko sille asetettu puristuslujuus, tai DP-ehdon parametrien kautta määräytyvä puristuslujuus, joka tässä tapauksessa asetettiin arvoon 41 MPa. Kuormituksen jälkeen tarkasteltiin keskipisteen z-suunnan puristumia ja venymiä. Saatu kuvaaja on esitetty kuvassa 2.4.



**Kuva 2.4** – Laskennallisesti määritetty betonin puristuspuolen jännitys-venymäkäyttäytyminen, kun materiaalmallissa oli mukana Drücker-Pragerin myötöehto.

Myös DP-ehdon sisältävässä mallissa käyttäytyminen oli puristuslujuuteen asti lineaarista. Tämän jälkeen materiaali ei ottanut enää yhtään puristusjännitystä vastaan, vaan venymät kasvoivat rajatta.

Oleellista eroa laatan taivutuksen kannalta kuvien 2.3 ja 2.4 mukaisilla käyttäytymisillä ei ole. Lineaarisuus puristuslujuuteen asti on laskennan kannalta tärkein ominaisuus. Kun sen olemassaolo tiedetään, voidaan myös puristuspuolella käyttää esimerkiksi laatan analyttisessä tarkastelussa koko ajan kaavan (27) mukaista Hooken lakia. Kun betonin puristumat kasvavat niin suureksi, että kaavan mukainen puristuslujuus ylittyy, voidaan rakenne tulkita murtuneeksi. DP-ehdon sisältävä betoni jatkaisi laskentaa vielä, kunnes koko puristettu betoni olisi puristuslujuuden suuruudessa jännityksessä. Tällä on kuitenkin enää erittäin pieni merkitys laskennan loppupäässä.

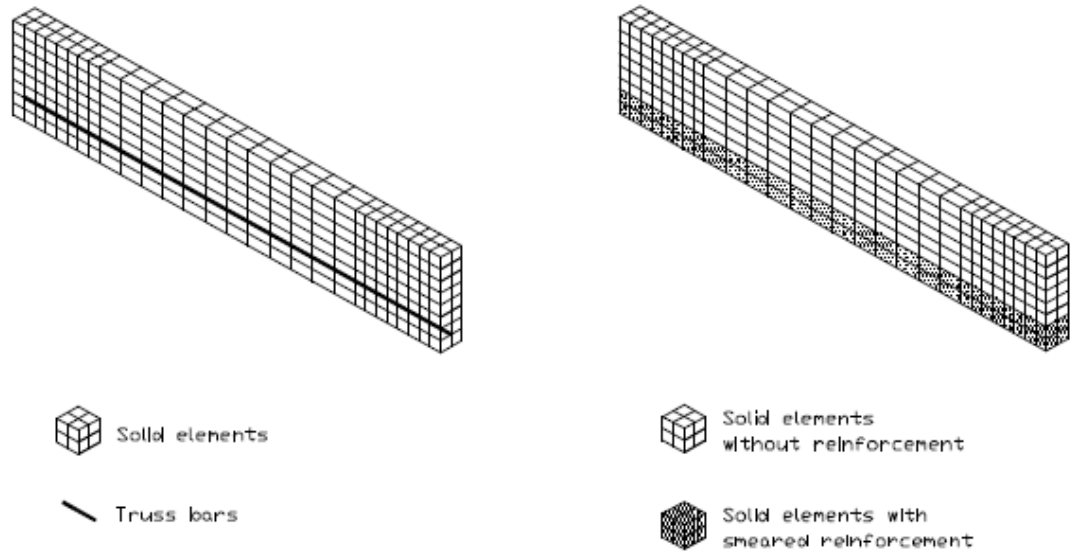
## 3 KIRJALLISUUSKATSAUS TAIVUTETUN RAKENTEEN MALLINTAMISESTA LASKENTAOHJELMALLA

### 3.1 Kirjallisuuskatsauksen rajaus

Taivutuksen alaisten rakenneosien mallintaminen ja laskennallinen tarkastelu on ollut maailmanlaajuista viimeisen noin 30 vuoden aikana. Tässä kappaleessa keskitytään staattisesti taivutettuihin rakenneosiin, joiden laskennallinen tarkastelu on tehty Ansys-ohjelmistolla. Tarkastelluissa tutkimuksissa mallintamisen periaate on ollut hyvin samankaltainen. Betonin kuvaamisessa on käytetty Ansysin betonin kuvaamiseen tarkoitettua materiaalimallia. Raudoitus on kuvattu joko jatkuvana (*smeared*), koko raudoitettujen elementtien tilavuuden yli tai sauvaelementein (*discrete*) betonin sisään.

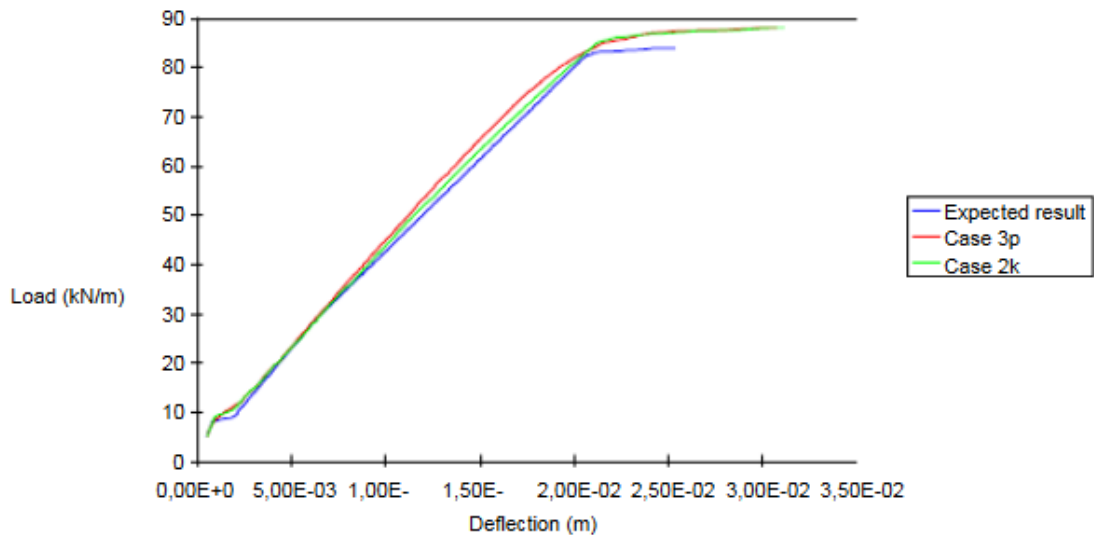
### 3.2 Yksiaukkoinen teräsbetonipalkki, Espanja 1998

Eräs ensimmäisistä taivutetun rakenteen laskennoista käyttäen kappaleessa 3.1 lueteltuja periaatteita tehtiin Espanjassa Minas Gerais yliopistossa 1990-luvun lopulla. Tutkimuksessa mallinnettiin yksiaukkoinen vapaasti tuettu palkki, jota kuormitettiin tasaisella viivakuormituksella murtoon saakka. Laskennoissa palkkiin mallinnettiin raudoitus sekä jatkuvana raudoituksena että sauvaelementeillä, ja saatuja tuloksia kuormituksen ja siirtymän yhteydelle verrattiin analyyttisesti laskettuihin odotettavissa oleviin tuloksiin. Lisäksi betonille asetettiin erilaisia jännitys-venymäyhteyden omaavia materiaalimalleja. Kahden eri tavoin kuvatun raudoituksen periaate palkissa on esitetty kuvassa 3.1. [3]



**Kuva 3.1** – Kaksi erilaista tapaa kuvata palkin raudoitus. Vasemmalla todellista tilannetta kuvaava sauvaelementtiraudoitus, oikealla Solid65-elementteihin asetettavissa oleva jatkuva raudoitus. [3, s.3]

Esitetään tässä joitain tutkimuksen päätuloksia, joita voidaan myöhemmin verrata laskentatuloksiin. Laskentamallien kuormituksen ja siirtymän välinen kuvaaja on esitetty kuvassa 3.2.



**Kuva 3.2** – Minas Geraisin yliopistossa tehdyn laskennan voima-siirtymäkuvaaja. Kuvaaja Case 3p kuvaa jatkuvan (smeared) raudoituksen koetta, Case 2k sauvaelementein kuvattua (discrete) raudoitusta. Expected result on laskettu analyyttisesti. [3, s.6]

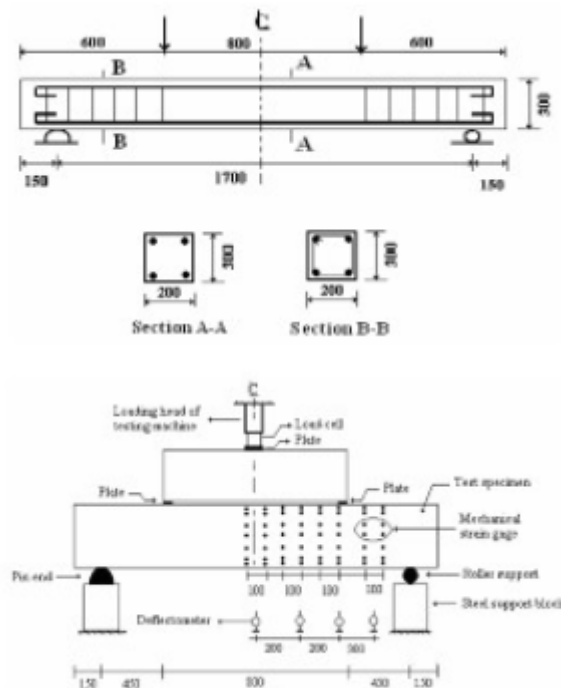
Palkin jännemitta oli 4 metriä. Kuvasta 3.2 erottuu selvästi terästen myötörajan ylittyminen, jonka tapahtuessa kuvaajien kulmakerroin muuttuu. Myötöraja ylittyi raudoituksen eri kuvaamistavoilla hyvin lähellä analyyttisellä laskennalla saatua myötäämisvaihetta. Tällöin kuormituksen arvo oli noin 85 kN/m. Taivutusmomentin arvo tällä kuormituksen arvolla on 170 kNm. Johtuen erilaisista materiaaliarvoista ja geometriasta ver-

rattuna tässä työssä tehtyyn laskennalliseen tutkimukseen, ei arvoja voida suoraan verrata keskenään. Oleellista kuitenkin on, miten kuvaajassa näkyy terästen myötörajan ylityminen sekä ensimmäisen halkeaman syntyminen rakenteeseen. Jälkimmäisen vuoksi kuvaaja ei ole aivan alusta asti lineaarinen.

Rakenteen siirtymäkuvaajan lisäksi lähteessä [3] on luettavissa myös muita huomioita liittyen teräsbetonirakenteen mallintamiseen. Vaikka koe tehtiin Ansysin hyvinkin aikaisella versiolla 5.3, ei mallintamisen periaate, elementtien toiminta tai materiaalin vaurioitumiskriteerit ole muuttuneet. Tässä kokeessa havaittiin samoja asioita kuin myöhemmin esiteltävissä tässä suoritetuissa laskennoissa. Näitä olivat esimerkiksi Ansysin betonimallin asettaminen vain Solid65-elementteihin, minkä vuoksi rakennetta ei voida mallintaa epähomogeenisen poikkileikkauksen omaavina palkkielementteinä. Kokeessa hyödynnettiin onnistuneesti myös symmetriaa. [3, s.3]

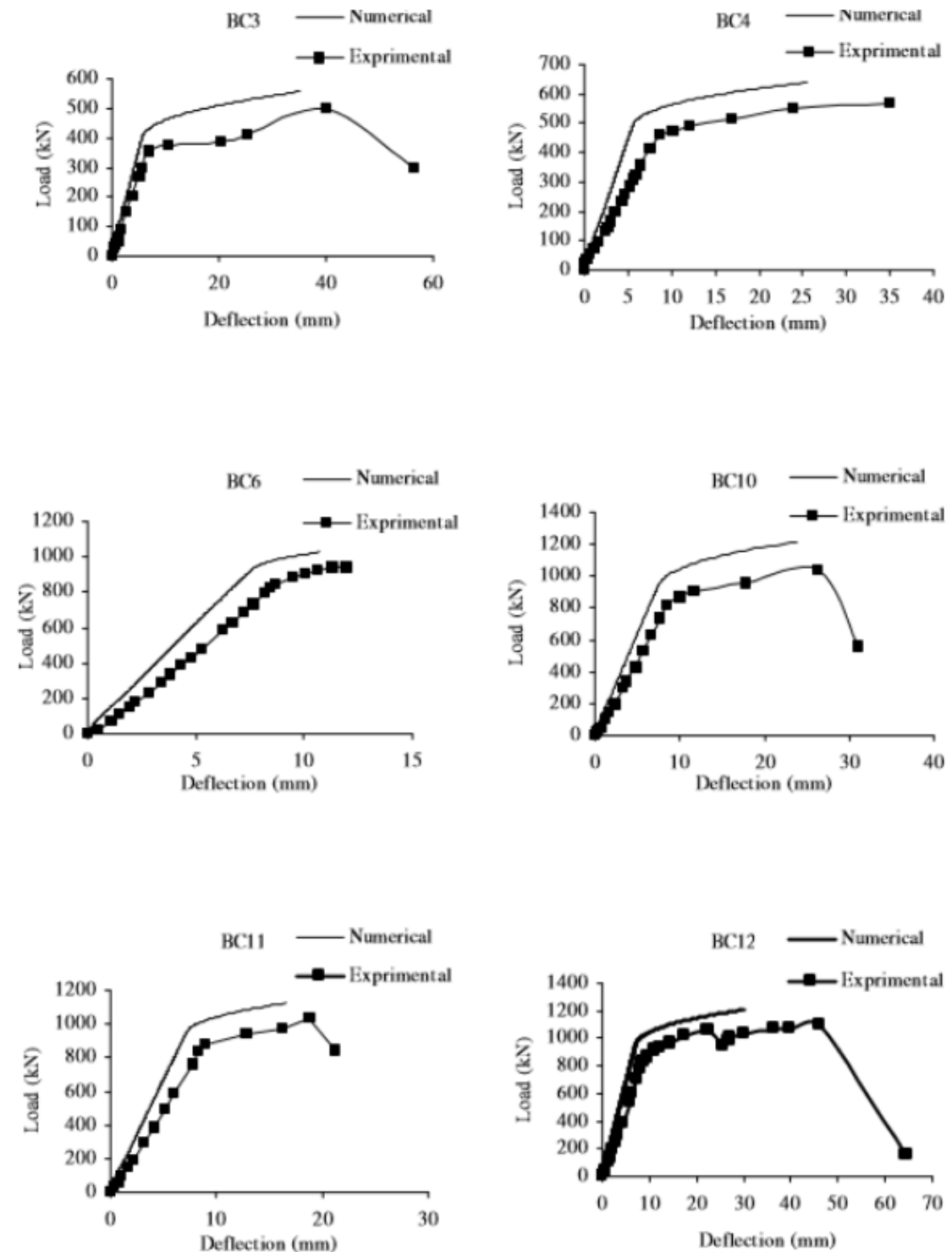
### 3.3 Yksiaukkoinen palkki laskentaohjelmalla ja todellisuudessa, Iran 2008

Toinen tässä katsauksessa käsiteltävä tutkimus tehtiin vuonna 2008 Iranissa, Kermanin yliopistossa. Käyttäen Ansysin Solid65-elementtejä ja niihin asetettavia raudoitusta kuvaavia sauvaelementtejä mallinnettiin taivutuksen alainen palkki. Palkin pituus oli 2 metriä, ja sitä kuormitettiin kahdella yhtä suurella kenttään kohdistuvalla pistevoimalla symmetrisesti. Laskentamalli jäljitteli todellisen mittakaavan koetta, jossa samanlaista palkkia kuormitettiin murtoon asti. Rakenteen periaate poikkileikkauksineen on esitetty kuvassa 3.3.



**Kuva 3.3** – Laskentamallin rakenne ja kuormitus. Leikkausrasituksen alaisen osan alueella oli leikkausrudoitus, joka mallinnettiin myös laskentaohjelmaan. [9, s.251]

Rakenteesta mitattiin betonin muodonmuutoksia sekä eri pisteiden siirtymiä. Jännevälin keskipisteen siirtymät eri koestetuille palkeille on esitetty kuvassa 3.4. Eri kokeiden välille muutettiin betonin puristuslujuutta ja rauditusmäärää. [9, s.252].



**Kuva 3.4** – Betonin lujuudelta ja rauditusmäärältä poikkeavien koestettujen palkkien keskipisteiden siirtymiä kuormituksen funktiona. Etenkin laskentaohjelmalla saatua kuvaajan muotoa voidaan verrata edellisen kokeen vastaavaan kuvaajaan kuvassa 3.2.

Kuvan 3.4 kuvaajista erottuu selvästi terästen myötääminen, joka tapahtui kokeesta riippuen huomattavan erilaisilla kuormitusasteilla, mikä selittyy rakenteiden eri raudoitussuhteilla. Myötääminen on havaittavissa sekä laskentaohjelman että todellisen kokeen tuloksista. Todellisen kokeen tuloksiin tuli hajontaa rakenteen murtuessa, kun taas laskentaohjelma keskeytti laskennan murron tapahtuessa. Kuvia murtuneista todellisista rakenteista on esitetty kuvassa 3.5.



Fig. 8: Crack propagation and failure of the beam under load



Fig. 9: Crack propagation and failure of the beam under load

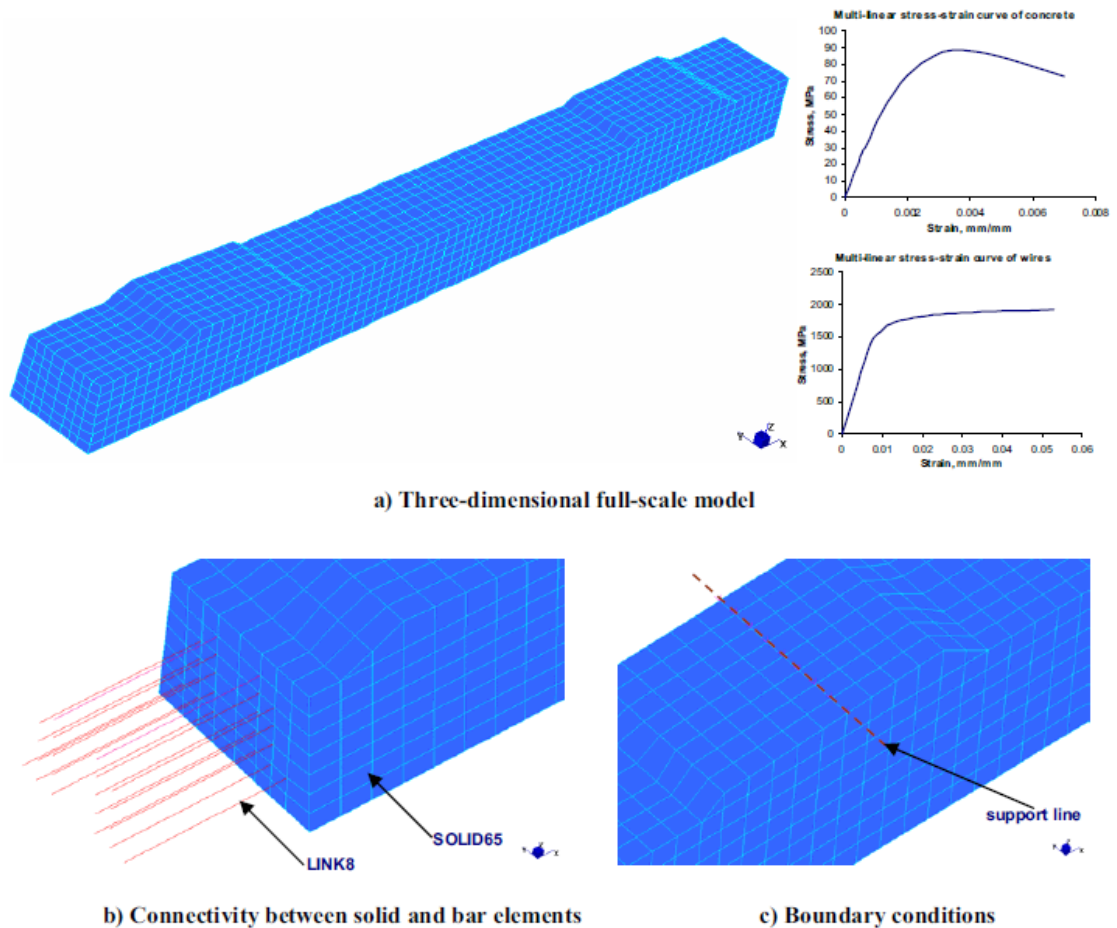
**Kuva 3.5** – Kuvia murtuneista palkkirakenteista. Syntyneitä ja mitattuja halkeamia on korostettu palkkien kylkiin. [9, s.251]

Kuvasta 3.5 ilmenee, miten murtumisen hetkellä halkeamat ovat hyvin laajalla alueella saavuttaneet yläpinnan raudituksen. Tällöin poikkileikkauksen taivutuskapasiteetti on tehokkaasti käytössä, koska yläpinnan ehjässä betonissa on suuri puristusjännitys, ja toisaalta vetoraudituksen etäisyys neutraaliakselista on suuri.



### 3.4 Ratapölkky, Thaimaa 2006

Kolmannessa tässä tarkasteltavassa kokeessa laskettiin ratapölkyn taivutuskapasiteettia esijännitysvoimille. Rakenteen elementtiverkko ja yhdessä laskennassa käytetyt materiaaliominaisuudet on esitetty kuvassa 3.6.



**Kuva 3.6** - Käytetty elementtiverkko ja elementit Solid65 ja Link8. Materiaalien jännitys-venymäyhteyksistä ilmenee niille asetettu korkea myötöraja. [8. s.326]

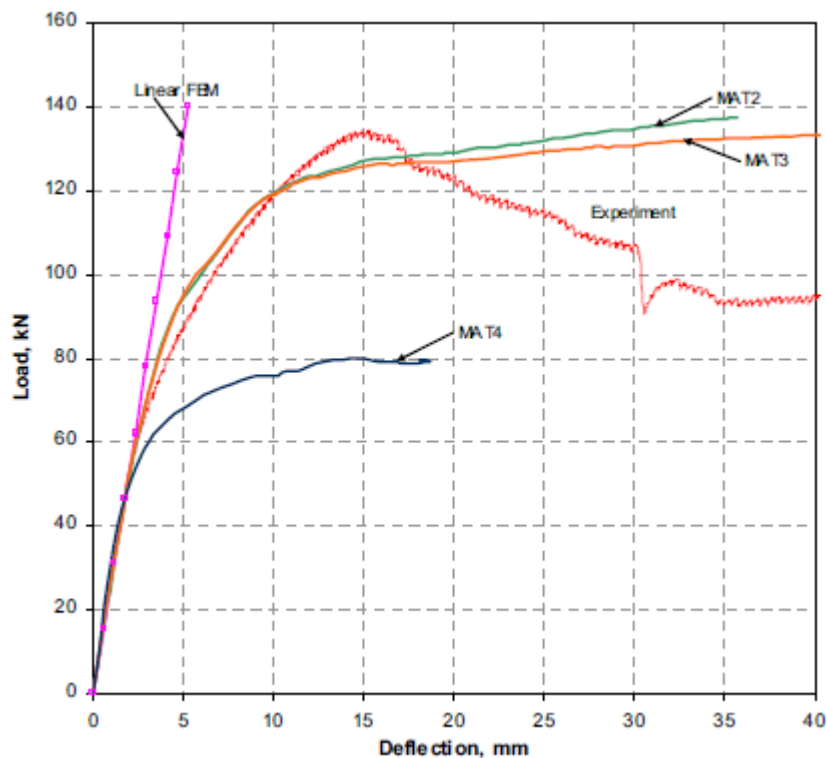
Suurimpana erona kahteen aikaisempaan tutkimukseen oli erilainen kuormitustapa. Rakenteeseen mallinnettiin kuvan 3.6 mukaiset jänneteräksiset, joille asetettiin esijännitys. Tämä aikaansaa huomattavan suuren negatiivisen taivutusmomentin. Lisäksi edellisiin laskentoihin verrattuna tässä laskennassa mallinnettiin muuttuva poikkileikkaus sekä materiaalien huomattavasti korkeammat myötörajat. Korkealujuusbetonia kuvaavan materiaalin myötöraja oli 88,5 MPa ja teräksen korkealujuuksisille jänneteräksille ominainen 1860 MPa. [8]

Kokeita tehtiin kaikkiaan neljä, ja niissä muutettiin raudoituksen kuvaamistapaa (*discrete/smeared, kts. kpl. 3.1*) sekä materiaalien käyttäytymismallia myötörajan ylittymisen jälkeen. Kyseiset ominaisuudet on esitetty taulukossa 3.1.

**Taulukko 3.1** – Käytettyjä materiaalmalleja teräkselle ja betonille eri kokeissa. [8, s.325]

Model	Concrete Model		Prestressing Wire Model	
	Tension	Compression	Distribution	Material Properties
MAT1	Linear Elastic	Linear Elastic	Discrete	Linear Elastic
MAT2	Linear Elastic	Multi-linear Isotropic	Discrete	Linear Elastic
MAT3	Linear Elastic	Multi-linear Isotropic	Discrete	Multi-linear Isotropic
MAT4	Cracking	Multi-linear + Crushing	Discrete	Multi-linear Isotropic

Laskennassa saadut siirtymän ja jännevoiman väliset kuvaajat on esitetty kuvassa 3.7.



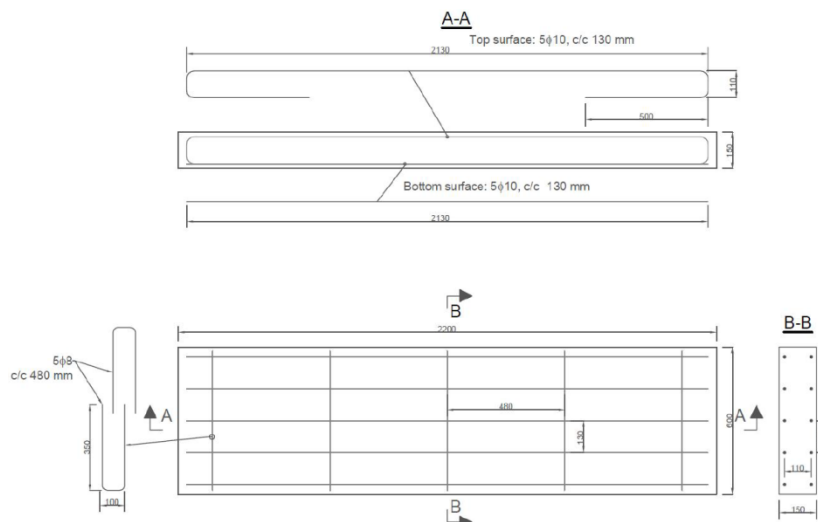
**Kuva 3.7** – Jännevoimien ja siirtymien välinen yhteys erilaisilla käytetyillä materiaalmalleilla. [8, s.327]

Kuvan 3.7 pystysuoraan nouseva kuvaaja on taulukon 3.1 materiaali 1, jossa materiaaleilla ei ole myötörajaa. Lineaarisesti käyttäytyvän mallin kapasiteetti on liian suuri. Materiaalit 2 ja 3 käyttäytyvät hyvin samankaltaisesti, koska niissä erona on vain teräksen käyttäytyminen. Materiaali 4 murtuu betonin vetojännityksestä johtuen, joten sen kapasiteetti jää muuta alhaisemmaksi. Muissa malleissa betonin vetokäyttäytyminen oli lineaarista. [8, s.327]

## 4 STAATTINEN TAIVUTUSKOE

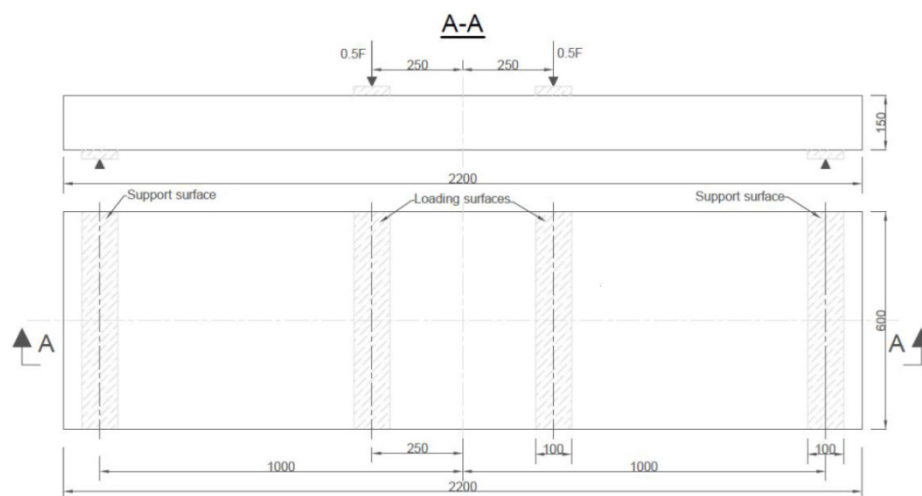
### 4.1 Koejärjestelyt

Laskennassa tutkittiin raudoitettun teräsbetonilaatan toimintaa nelipistetaivutuskokeella. Laattamalli on esitetty kuvassa 3.1.



**Kuva 4.1** – Laskennan perusteena olleen käytännön kokeen laattamalli. [6]

Kuvassa 4.1 on esitetty VTT:n koestaman laatan geometria ja raudoitukset sivulta sekä ylhäältä kuvattuna. Kuormitusjärjestelyiden periaate mittoineen on esitetty kuvassa 4.2.



**Kuva 4.2** – Laatan kuormitusjärjestelyt. [6]

Kuva koetilanteesta on esitetty kuvassa 4.3.



**Kuva 4.3** – Koejärjestelyt. Laatan päällä on näkyvissä kaksi kuormitussylinteriä. Kuvan oikeasta reunasta ilmenee kiertymän sallivan tuen toimintaperiaate. Laatassa on kiinni useita mittausantureita. [6]

Nelipistetaivutuskokeessa laatan kuormitus tapahtui kahden kuormitussylinterin kautta niin, että kokonaisvoima  $F$  jakaantui kahdelle laattaa vastaan kohtisuorassa olleelle kuormituslinjalle 250 mm etäisyydelle laatan puolivälistä. Tällöin kuormituslinjojen väliselle alueelle tulee teoriassa vakio taivutusmomentti. Tukipintojen välinen etäisyys oli 2000 mm, ja ne sallivat laatan kiertymisen. Koe suoritettiin kaksi kertaa.

## 4.2 Materiaaliominaisuudet

Laatan valmistamisen yhteydessä käytetyistä materiaaleista mitattiin laskennan kannalta oleellisia ominaisuuksia, jotka on esitetty taulukossa 4.1.

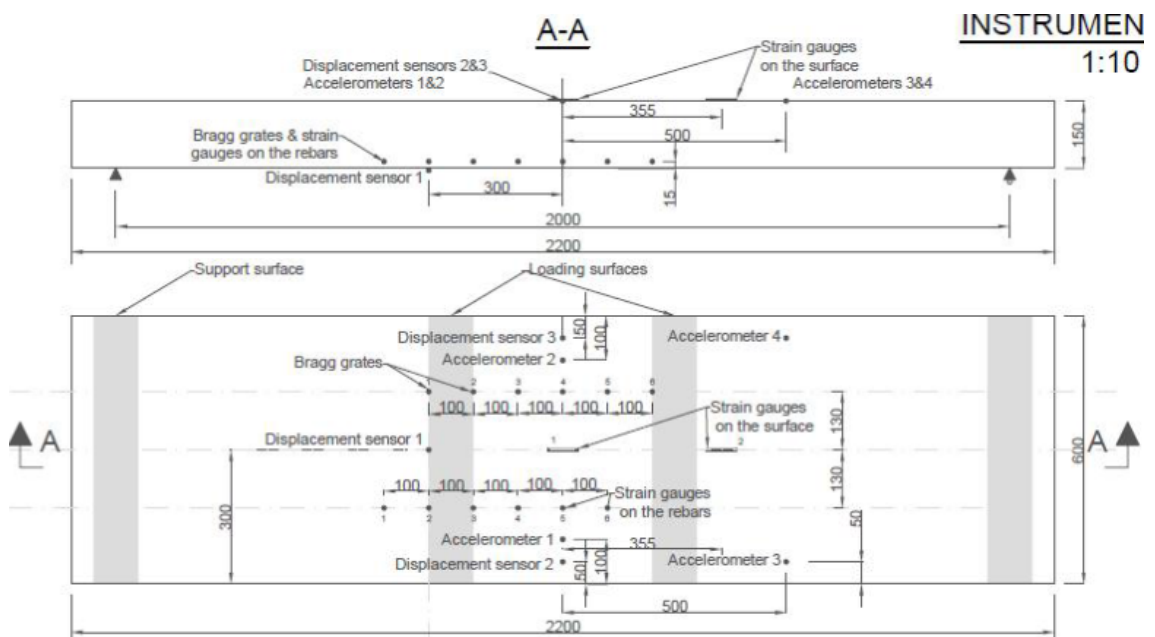
**Taulukko 4.1** – Staattisesta taivutuskokeesta mitattuja materiaaliominaisuuksia. Teräksen kimmokerrointa ja tiheyttä ei mitattu. Vetokokeessa lineaarisen alueen kimmokerroimen todettiin kuitenkin olevan hyvin lähellä taulukkoarvoa. [6]

Betoni	$f_c$ (MPa)	$f_t$ (MPa)	$E$ (MPa)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
	41,5	2,7	22881	2176,8
Teräs	Myötöraja $R_e$ (MPa)	Murtoraja $R_m$ (MPa)	$E$ (MPa)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
	581	705	200 000	7850

Taulukkoon 4.1 kootut tiedot ovat samalla parametreja, joita voidaan käyttää suoraan tuonnempana Ansys-laskennassa. Osa materiaaliominaisuuksista on usean testin tai kokeen toiston valmistuserän keskiarvoja. Teräksen kimmokerroin ja tiheys ovat taulukkoarvoja.

### 4.3 Mittaustulokset

Staattisesta taivutuskokeesta mitattiin laatan tiettyyn siirtymään tarvittavaa voimaa, yläpinnan betonin puristumia, vetopuolen terästen venymiä sekä halkeamien syvyyksiä ja sijainteja. Muodonmuutosten mittauspisteiden sijainnit on esitetty kuvassa 4.4.

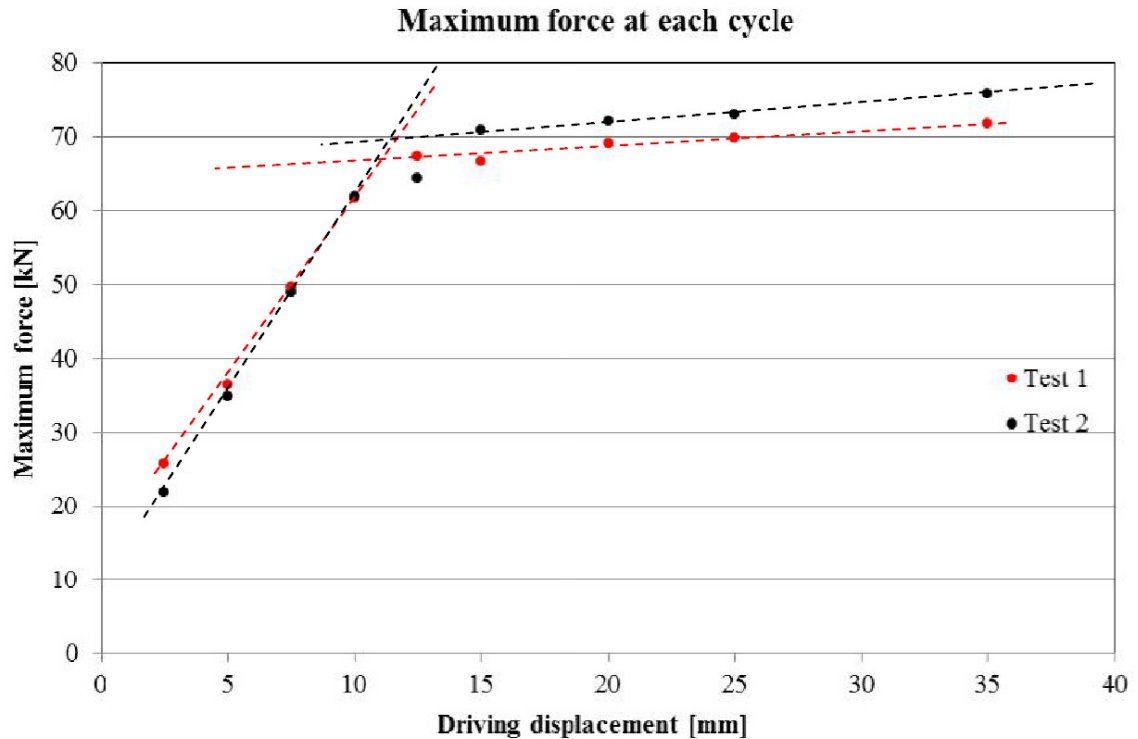


**Kuva 4.4** – Mittauspisteiden sijainnit koelaatassa. Terästen venymäliuskat (6 kpl) sijaitsivat 100 mm etäisyydellä toisistaan. Betonin puristumaa mittaavista liuskoista toinen sijaitsi jännevälin keskellä, toinen 355 mm etäisyydellä siitä. [6, s.8]

Koe tehtiin siirtymäohjattuna aiheuttaen laatalle aina tietty pakkosiirtymä ja mittaamalla edellä mainittuja suureita. Jokaisen pakkosiirtymäinkrementin jälkeen kuormitus poistettiin, ja mitattiin syntyneitä pysyviä siirtymiä. Lisäksi osittain vaurioituneelle laatalle suoritettiin ominaisvärähtelykoe iskemällä sitä vasaralla. Ominaisaajuustuloksia ei kä-

sitellä tässä yhteydessä, vaan käydään läpi päätulokset siirtymien, muodonmuutosten ja halkeilun osalta. Kattavampia tuloksia löytyy lähteestä [6].

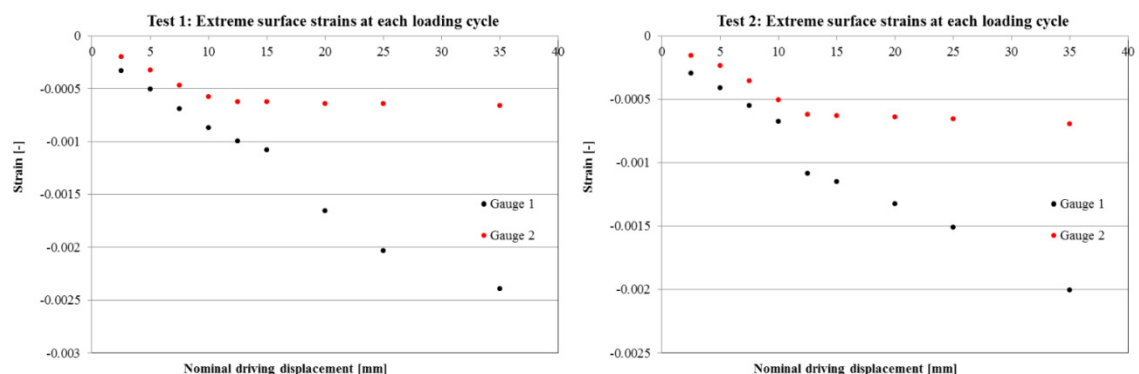
Kokeesta mitattiin tiettyyn kuormituspisteen siirtymään tarvittavaa voimaa. Mitatut voima-siirtymäkuvaajat on esitetty kuvassa 4.5.



**Kuva 4.5** – VTT:n staattisen taivutuskokeen siirtymä-voimakuvaja [6, s.14]

Kuvassa 4.5 on esitetty kummankin kokeen tulokset. Kuvasta erottuu selkeästi terästen myötörajan ylittyminen kulmakertoimen muutoksena. Se tapahtuu kuormituspisteen siirtymän ollessa noin 12 mm ja voiman  $F$  noin 66 kN.

Betonin yläpinnan puristumaa mitattiin kahdesta pisteestä. Molemmat kuvan 4.4 mukaisesti sijaitsivat leveyssuunnassa keskellä laattaa, toinen jänteen puolivälissä ja toinen 355 mm etäisyydellä siitä. Ensimmäinen sijaitsi siis teoreettisen maksimimomentin alueella, ja toinen sen ulkopuolella. Kummankin kokeen betonin yläpinnan puristumat on esitetty kuvassa 4.6.

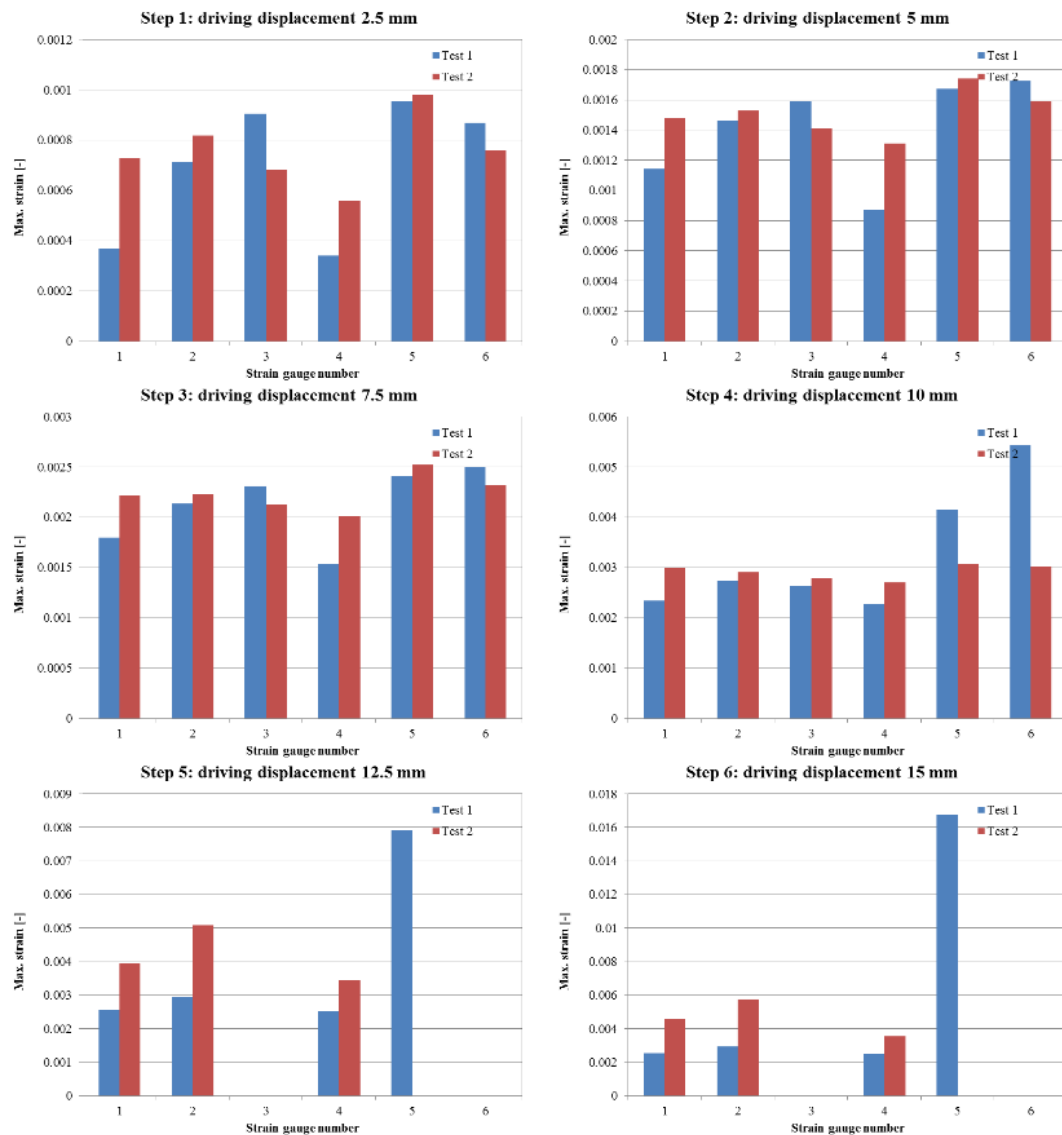


**Kuva 4.6** – Yläpinnan betonin puristumat kuormituspisteen siirtymän funktiona. Vasemmalla kuvaaja kokeesta 1, oikealla kokeesta 2. Kuvaajissa Gauge 1 viittaa jänteen puolivälissä olevaan mittauspisteeseen, Gauge 2 toiseen mittauspisteeseen. Gauge viittaa kokeessa käytettyyn venymäliuskaan. [6, s.15]



Kuvasta 4.6 havaitaan, että terästen myötäämisen hetkellä teoreettisen maksimimomentin alueella oleva betoni jatkaa puristumista. Puristumat kasvavat, ja samalla laatan neutraaliakseli siirtyy ylemmäs. Näin on tapahduttava, jotta sisäinen tasapainoehdo saavutetaan. Teoreettisen maksimimomentin ulkopuolisella alueella betonin puristuminen lähes pysähtyy, koska muodonmuutokset alkavat keskittyä vahvasti syntyneen plastisen nivelen alueelle.

Teräsvenymiä mitattiin vetoterästen pinnasta kaikkiaan kuudesta pisteestä kuvan 4.4 mukaisesti. Ensimmäinen mittauspiste sijaitsi 400 mm etäisyydellä laatan jänteen puolivälistä, loput viisi aina 100 mm etäisyydellä edellisestä. Näin ollen mittauspiste 5 sijaitsi jänteen puolivälissä. Mittauspisteiden 4 ja 6 sijaitsivat symmetrisesti samalla etäisyydellä puolivälin eri puolilla. Näin ollen niiden mittauksien pitäisi teoriassa olla identtisiä. Teräsvenymiä eri pisteissä eri kuormituspisteiden siirtymien arvolla on esitetty kuvassa 4.7.



**Kuva 4.7** – Teräsvenymät eri mittauspisteissä eri kuormituspisteiden siirtymän arvoilla. Kuvaajissa on esitetty kummankin kokeen tulokset. Laatan saatua suuria siirtymiä, ei kaikilta mittauspisteiltä enää saatu mitattua venymiä. Näistä kohdista kuvaaja puuttuu. Huomioi pystyakselin skaalauksen muutos kuormitusaskeleelta toiseen siirryttäessä. [6, s.19]

Teräsvenymät on esitetty kuvassa 4.7 vain kuormituspisteen siirtymän arvoon 15 mm asti. Tämän jälkeen niissä alkoi olla huomattavaa hajontaa. Kokeessa 1 mittauspiste 5 antoi kuitenkin selvän tuloksen teräksen myötörajan ylittymisestä. Siinä teräksen venymä on noin 8 %. Kuorman  $F$  arvo oli tällöin noin 67 kN ja taivutusmomentti poikki-leikkauksessa noin 22 kNm.



## 5 LASKENTAMALLI

### 5.1 Betonin elementtiverkko ja materiaaliominaisuudet

Ansys-laskentamalli tehtiin kuvia 4.1 ja 4.2 mukailleen niin, että laatan leveys oli 600 mm, paksuus 150 mm ja jänneväli tuentapintojen väli 2000 mm. Raudoituksista mallinnettiin vain ideaalisen taivutuskapasiteetin kannalta olennaiset pääraudoitukset sekä ylä- että alapintaan.

Kappaleessa 2 esitetyn materiaalmallin mukaiselle betonille asetettiin laskennassa parametrit kahden lähtötiedon mukaan. Puristuslujuutena toimi VTT:n kokeessa käytetystä betonista mitatut puristuslujuusarvot. Halkeamisominaisuuksien kannalta olennaiset parametrit valittiin niin, että betonin murtumisenergiaksi tulisi alustavasti  $G_f = 60 \text{ N/m}$ . Kertoimen  $T_c$  yläraja on dimensioton 1,0, joten myös kaavan (29)  $E$  ja  $f_t$  olisi valittava siten, että halkeamisenergia olisi toteutettavissa järkevillä elementtikokovalinnoilla. Käytetyt elementit olivat 8-solmuisia teräsbetonin mallintamiseen tarkoitettuja Solid65-elementtejä, jotka luotiin suorakulmaisiksi.

Laskennan ensimmäisessä vaiheessa pyrittiin saamaan käsitys siitä, kuinka monta elementtiä laatan paksuussuunnassa tulisi olla, jotta tulokset olisivat luotettavia. Elementin murtumisenergiaan ei tässä tapauksessa vaikuta sen korkeus. Teoreettisesti pienin mahdollinen elementtimäärä paksuussuunnassa on kolme, sillä malli vaatii kaksi raudoitettua kerrosta ja yhden raudoittamattoman kerroksen. Ensimmäisen verkon elementtimäärä valittiin kuitenkin niin, että raudoittamattomassakin kerroksessa oli paksuussuunnassa kaksi elementtiä, jolloin kokonaismäärä paksuussuunnassa oli neljä. Laatan mallintamisessa ei tässä vaiheessa hyödynnetty symmetriaa, vaan mallin mittoina käytettiin kuvan 4.2 arvoja sellaisenaan.

Toisessa mallissa verkkoa tihennettiin niin, että myös raudoitettujen kerrosten ulkopuolelle tuli yksi raudoittamaton elementtikerros. Raudoitettuja kerroksia oli edelleen yksi molemmilla puolilla laattaa. Raudoitettujen kerrosten välissä elementtejä oli paksuussuunnassa kahdeksan. Tällöin elementtejä tuli paksuussuunnassa 12. Kolmannessa verkossa samaa periaatetta noudattaen elementtejä tuli paksuussuunnassa yhteensä 24. Toisessa ja kolmannessa elementtiverkossa hyödynnettiin neljännessymmetriaa. Näiden kolmen mallin elementtiverkkojen ominaisuudet on esitetty taulukossa 5.1.

**Taulukko 5.1** – Elementtiverkkojen ominaisuudet laskennan ensimmäisessä vaiheessa.

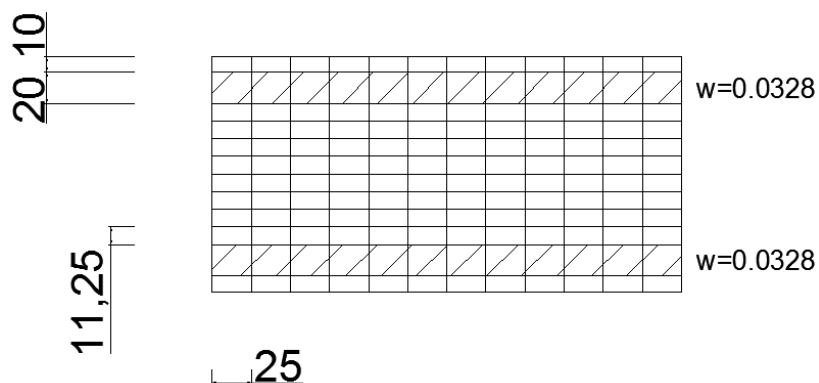
Malli	$l_{j\ddot{a}nne}$ (mm)	$l_{leveys}$ (mm)	$h_{raudoittamaton}$ (mm)	$h_{raudoitettu}$ (mm)	$h_{rv}$ (mm)	Elem. lkm paksuus	Elem. lkm yht.
1	50	50	-	40	35	4	1920
2	25	25	10	20	11,25	12	5760
3	25	25	15	10	5	24	11520

Taulukossa 5.1 on esitetty elementtien mitat  $l$  kohtisuorassa kuormitusta vastaan sekä korkeudet  $h$  paksuuden suunnassa. Elementtilukumäärästä on huomioitava, että verkoilla 2 ja 3 mallit olivat vain neljännessymmetrisiä, joten kokonaiseksi malliksi täydennettynä verkon 2 elementtimäärä olisi 12- ja verkon 3 24-kertainen verrattuna verkkoon 1. Taulukon 5.1 suure  $l_{j\ddot{a}nne}$  on tässä kaavaan 29 sijoitettava taivutuksen kannalta oleellinen elementin karakteristinen pituus, eli pituus siinä suunnassa, jossa taivutuksesta aiheutuva venymä alkaa syntyä. Ensimmäisen vaiheen laskennoissa käytetyt betonin materiaaliominaisuudet on esitetty taulukossa 5.2.

**Taulukko 5.2** – Betonin materiaaliominaisuudet laskennan ensimmäisessä vaiheessa.

Malli	$l_{j\ddot{a}nne}$ (mm)	E (MPa)	$f_t$ (MPa)	$T_c$	$f_{c,un\ddot{a}x}$ (MPa)	$f_{c,b\ddot{a}x}$ (MPa)	$G_f$ (N/m)
1	50	25000	5,16	0,45	41,5	48,1	60
2	25	25000	5,16	0,9	41,5	48,1	60
3	25	25000	5,16	0,9	41,5	48,1	60

Taulukon 5.1 elementtiverkoilla ja taulukon 5.2 materiaaliominaisuuksilla suoritettiin alustavia laskentoja, ja laatan siirtymien perusteella todettiin verkkojen 2 ja 3 tulosten olevan hyvin lähellä toisiaan, mikä tullaan havaitsemaan tuloksia käsittelevissä kappaleissa. Näin ollen voitiin todeta verkon 2 mukaisen 12 elementin olevan riittävä määrä paksuussuunnassa. Kuva elementtiverkosta 2 laatan poikkileikkauksessa on esitetty kuvassa 5.1.

**Kuva 5.1** – Elementtiverkon poikkileikkaus, vrt. taulukko 5.1. Viivoitettu alue on raudoitettu elementtikerros, ja suure  $w$  kuvaa sen mekaanista raudoitussuhdetta, joka riippuu mallinnettavan raudoituspinta-alan lisäksi raudoitetuksi asetetun elementtikerroksen paksuudesta. Kuvan mitat ovat millimetrejä.

Laskennan toisessa vaiheessa hyödynnettiin ensimmäisestä vaiheesta saatua tietoa elementtiverkon riittävästä tiheydestä. Elementtiverkon ominaisuuksia ja materiaaliparametreja säätämällä pyrittiin saamaan käsitys siitä, miten säätäminen ne vaikuttavat tuloksiin. Säädetävissä olevia vetohalkeilun kannalta oleellisia parametreja on useita, minkä lisäksi halkeilun syntymiseen ja etenemiseen vaikuttaa parametrien ja elementtikoon määräämä murtumisenergia. Toisessa vaiheessa uusia malleja tehtiin kaksi. Mallissa 4 betonin vetolujuutta alennettiin, joten riittävän murtumisenergian saavuttamiseksi kimmokerrointa oli myös laskettava sekä kerrointa  $T_c$  kasvatettava. Mallissa 5 kasvatettiin elementtikokoa sekä laatan jänteen että leveyden suunnassa, mitä kompensoitiin kertoimen  $T_c$  alentamisella. Paksuussuunnassa näiden mallien elementtijako oli siis taulukon 5.1 verkon 2 mukainen. Loput elementtiverkko- ja materiaaliominaisuudet verkoille on esitetty taulukossa 5.3.

**Taulukko 5.3** – *Elementtiverkon ja betonin ominaisuudet laskennan toisessa vaiheessa.*

Malli	$l_{jänne}$ (mm)	$l_{leveys}$ (mm)	E (MPa)	$f_t$ (MPa)	$T_c$	$f_{c,uniaux}$ (MPa)	$f_{c,biax}$ (MPa)	$G_f$ (N/m)	Elem. lkm yht.
4	25	25	20000	4,38	1,0	41,5	48,1	60	5760
5	50	50	25000	5,16	0,45	41,5	48,1	60	1415

Laskennan kolmannessa vaiheessa hyödynnettiin jälleen edeltävistä vaiheista saatuja alustavia laskentatuloksia. Mallista 4 todettiin, että vetolujuuden alentaminen edesauttaa betonin murtumista samasta murtumisenergiasta huolimatta, mutta kimmokerrointa säätämällä sen murtovenymä kannattaa pitää likimain vakiona. Mallista 5 todettiin, että elementin sivumitta laatan jänteen suunnassa voidaan kaksinkertaistaa täysin samankaltaisten tulosten aikaansaamiseksi, kunhan murtumisenergia pidetään samana säätämällä muita parametreja.

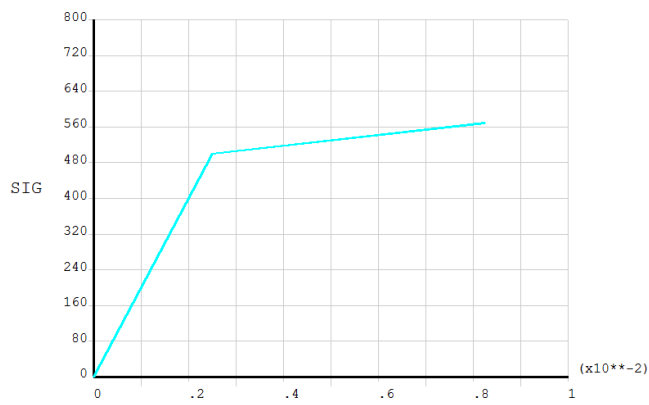
Näitä tietoja hyödyntämällä luotiin vielä kaksi verkkoa, joissa materiaalitietoja pyrittiin myös muiden kuin betonin puristusominaisuuksien osalta viemään lähemmäs lähtötilanteen mallia. Arvolla  $G_f = 60$  N/m ei vetolujuutta saatu riittävän alas, joten sen osalta vaatimus laskettiin arvoon 40 N/m. Betonin merkittävän vetolujuuden aleneman myötä myöskään murtovenymää ei voitu pitää edellisiin laskentoihin verrattuna samassa arvossa. Mallissa 6 pyrittiin ensin tutkimaan pelkän murtumisenergian alentumisen vaikutusta säätämällä kerrointa  $T_c$ . Kimmokerrointa ja vetolujuutta säädettiin tässä vaiheessa vielä maltillisesti. Koe oli tarpeen, koska lähtöarvojen säätäminen todellisen kokeen mukaisiksi tulisi vaikuttamaan lopputulokseen monen muunkin asian kuin murtumisenergian kautta, joten tässä sen vaikutuksesta pyrittiin saamaan jonkinlainen käsitys. Mallissa 7 vetolujuus asetettiin arvoon, joka oli mitattu todellisen staattisen taivutuskokeen betonista. Kolmannen vaiheen materiaaliominaisuudet on esitetty taulukossa 5.4.

**Taulukko 5.4 - Elementtiverkon ja betonin ominaisuudet laskennan kolmannessa vaiheessa.**

Malli	$l_{jänne}$ (mm)	$l_{leveys}$ (mm)	E (MPa)	$f_t$ (MPa)	$T_c$	$f_{c,uniaux}$ (MPa)	$f_{c,biat}$ (MPa)	$G_f$ (N/m)	Elem. lkm yht.
6	50	50	23000	5,00	0,294	41,5	48,1	40	1415
7	50	50	23000	2,71	1,00	41,5	48,1	40	1415

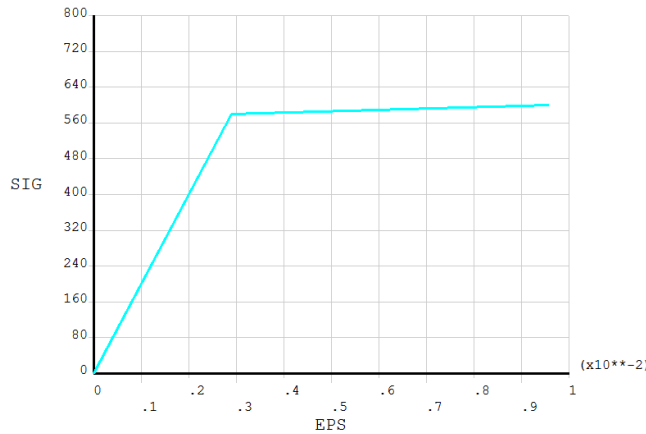
## 5.2 Raudoitus

Raudoitusteräksille käytettiin laskennassa bilineaarista jännitys-venymäkäyttäytymistä, jonka kuvasi teräksen myötölujittumista. Myötöraja  $R_e$  teräksille malleissa 1-6 oli raudoitusterästen yleisin ominaisarvo 500 MPa ja mallissa 7 vetokokeissa raudoitustangoille määritetty 581 MPa. Lineaarikimmoiselle alueelle asetettiin lisäksi  $E=200$  GPa ja  $\nu=0.3$ . Terästen myötölujittuvan alueen kulmakerroin oli erilainen. Myötörajan 500 MPa omaavan materiaalmallin jännitys-venymäkuvaaja on esitetty kuvassa 5.2.



**Kuva 5.2 - Teräksen jännitys-venymäkuvaaja malleissa 1-6, myötöraja 500 MPa. Myötövenymä on tällöin luokkaa 2,4% riippuen käytetystä kimmokertoimesta.**

Vastaava kuvaaja suuremman myötörajan omaavalle teräkselle on esitetty kuvassa 5.3.



**Kuva 5.3** - Teräksen jännitys-venymäkuvaaja mallissa 7, myötöraja 580 MPa ja myötövenymä 2,5 %. Kuvaaja mukailee vetokokeessa mitattua jännitys-venymäkäyrää.

Kuvan 5.3 mukainen käyrä vastaa terästangon vetokokeen tuloksia. Myötörajan ylittymisen jälkeinen käyttäytyminen oli vetokokeessa likimain lineaarista venymäarvoon 3 % saakka. Näin ollen bilineaarinen malli kuvasi niitä hyvin, kunhan venymät pysyivät sitä pienempinä. Myötörajan ylittymisen jälkeinen kulmakerroin määräytyi niin, että 3 % venymäarvolla saavutettiin 660 MPa jännitys, joka ei ole vielä mitatun murtolujuuden suuruinen.

Raudoitukset mallinnettiin laatan ylä- ja alapintaan mekaanisen raudoitussuhteen avulla. Esimerkiksi kuvassa 5.1 kuvatussa poikkileikkauksessa raudoitetuksi kuvatun elementin korkeus on 20 mm. Alkuperäisen laatan leveys on 600 mm ja siinä on viisi kappaletta halkaisijaltaan 10 mm terästankoa, joiden yhteenlaskettu poikkipinta-ala on 393 mm<sup>2</sup>. Mekaaninen raudoitussuhde voidaan laskea suoraan näiden suhteena

$$w = \frac{A_s}{A_r} = \frac{A_s}{h_{\text{raudoitettu}} b}, \quad (30)$$

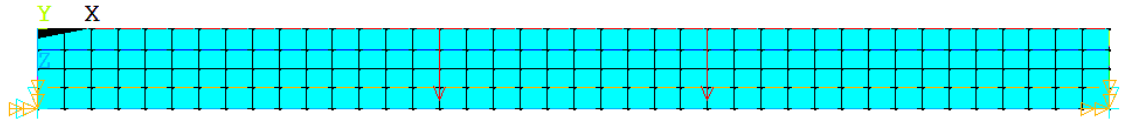
jossa  $A_s$  on haluttu terästen poikkipinta-ala ja  $h_{\text{raudoitettu}}$  on raudoitettuna kuvatun elementin korkeus, joka ilmenee materiaalitaulukoista. Apumuuttuja  $A_r$  on raudoitettuna kuvattujen elementtien poikkipinta-ala raudoitusta vastaan kohtisuorassa, mikäli raudoitusta on vain yhteen suuntaan. Laatan koko leveyttä kuvaa mitta  $b$ . Muuttujille  $A_s$  ja  $b$  voidaan käyttää symmetrian hyödyntämisestä huolimatta täyden laatan arvoja. Puolittamalla laatta puolittuvat myös molemmat muuttujat, jolloin niiden suhde pysyy samana.

### 5.3 Kuormitus

Mallin kuormitus toteutettiin siten, että laattaa kuormitettiin 750 mm etäisyydellä laatan päästä olevalle solmulinjalle pistevoimilla. Näin toimien laskennan todettiin toimivan parhaiten, ja tiheän elementtijaon ansiosta tämä tapa vastasi lähes identtisesti koetta, jossa kuormitus tapahtui sylinterillä tasaisesti koko laatan leveydelle. Vertailukohtana kuormitukselle toimi kokeen kuvan 3.2 mukainen kokonaiskuormitus  $F$ . Jotta elementtiverkoille asetetut pistekuormitukset saatiin vastaamaan kokonaiskuormitusta, oli pistekuorma kerrottava kokonaissolmujen lukumäärällä. Elementtiverkossa 1 solmuja oli

yhdellä kuormituslinjalla 13, eli kerroin oli 26. Elementtiverkoilla 2 ja 3 solmuja oli kuormituslinjalla niin ikään 13, mutta laatta vastasi vain puolikasta edellisestä. Näin ollen näiden mallien kuormakerroin oli 52. Malleissa, joissa elementin sivumitta laatan leveyden suunnassa oli 50 mm, oli solmuja yhdellä kuormituslinjalla seitsemän. Koska myös näissä hyödynnettiin symmetriaa, oli kuormakerroin näin ollen 28.

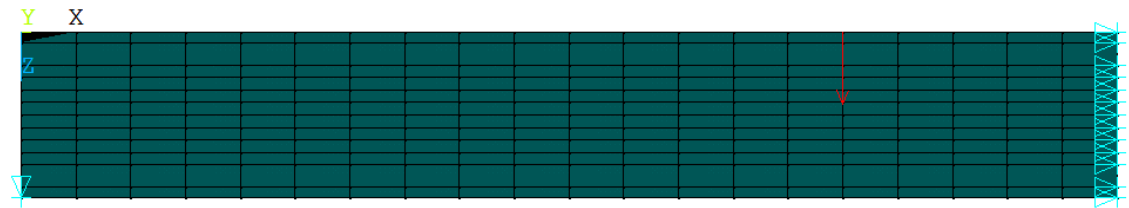
Malliin 1 asetettiin reunaehdot siten, että kumpikin tuki salli kiertymän ja lisäksi toinen tuki salli myös laatan pituussuuntaisen siirtymän. Kuormitusmalli oli siis kuvan 5.4 mukainen.



**Kuva 5.4** – Kokonaisen laattamallin kuormitus ja reunaehdot.

Kuvassa 5.4 näkyvät kuormituslinjat. Kuormitetut solmut ovat punaisten nuolten kannat. Tuista kuvassa vasemmalla olevalla on yksi kiinnitetty vapausaste enemmän.

Muissa verkoissa hyödynnettiin symmetriaa, ja laatta mallinnettiin vain neljäsosana alkuperäisestä. Osamallin kuormitus on esitetty kuvassa 5.5.



**Kuva 5.5** – Kuormitusmalli ja reunaehdot, kun laatan kuvaamisessa hyödynnettiin symmetriaa.

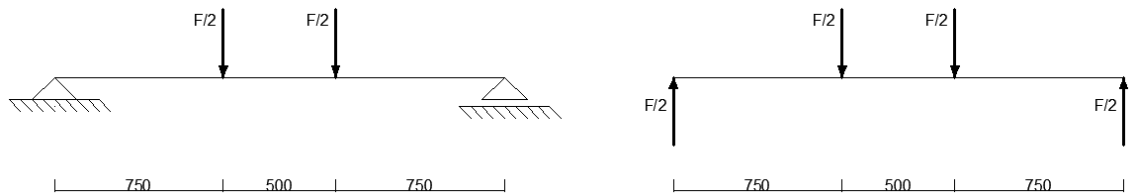
Neljännesmalleihin tuli siis vain yksi kuormituslinja kuvan 5.5 osoittamaan linjaan. Vasemman pään tuki salli sekä kiertymän että laatan pituussuuntaisen siirtymän. Oikean pään symmetrialeikkauslinja salli ainoastaan pystysuuntaisen siirtymän. Kuvan 5.5 elementtijako vastaa mallia, jossa  $l_{janne} = 50$  mm, mutta reunaehdot ja kuormitus olivat malleille 2-7 täysin identtiset.

Kaikissa laskennoissa mallia kuormitettiin kasvavalla kuormalla. Kuormitusaskel pidettiin riittävän pienenä kyllin suuren tulostiheyden mahdollistamiseksi. Arvoja mitattiin erityisen tiheästi ensimmäisen halkeaman ilmaantumishetkellä sekä terästen myötörajan ylittymisen jälkeen, koska näillä alueilla pienikin voiman muutos sai aikaan suuria siirtymäeroja. Mallin 3 luomisen ja ratkaisun APDL-komentojono on esitetty liitteessä 1.

## 6 RAKENTEEN ANALYYTTINEN TARKASTELU

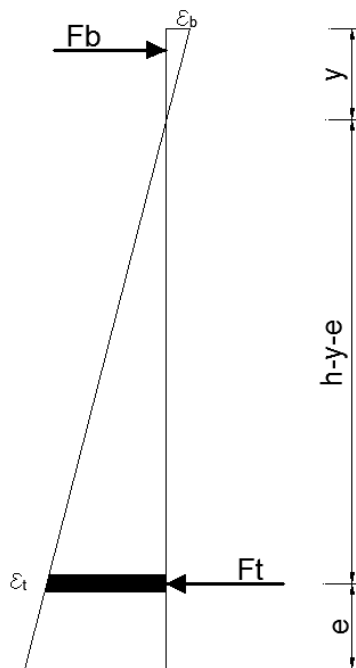
### 6.1 Muodonmuutokset

Taivutettua teräsbetoni-laattaa on mahdollista analysoida myös ilman laskentaohjelman käyttöä. Lähtökohdaksi laskennalle on oletettava lineaarinen venymäjakauma poikkileikkauksen paksuussuunnan yli tietyllä kohdalla laattaa. Rakenteen sisäisten jännitysten aiheuttaman poikkileikkauksen momentin on vastattava samassa kohdassa rakennetta vaikuttavaa ulkoista taivutusmomenttia. Ulkoinen taivutusmomentti saadaan laskettua vapaakappalekuvasta, joka on esitetty kuvassa 6.1.



**Kuva 6.1** – Tarkasteltavan laatan kuormitus- ja vapaakappalekuva

Kuvan 6.1 mukaisesta kuormituksesta aiheutuu kuormituspisteiden väliin vakiotaiivutusmomentti, jonka suuruus on tässä tapauksessa tukivoiman  $F/2$  ja etäisyyden 750 mm tulo. Lineaarinen venymäjakauma laatan poikkileikkauksen yli on esitetty kuvassa 6.2.



**Kuva 6.2** – Teoreettinen lineaarinen venymäjakauma poikkileikkauksessa.

Kuvaan 6.2 on merkitty venymäjakaumien lisäksi puristetun betonin jännitys jakaumaresultantti  $F_b$ , joka sijaitsee etäisyydellä  $y/3$  laatan yläreunasta. Vetoterästen jännitysresultantti  $F_t$  voidaan olettaa terästen keskiöön, joka on etäisyydellä  $e$  laatan alareunasta. Mitta  $y$  kuvaa puristuspinnan korkeutta, joka terästen myötörajan ylittyessä alkaa pienentyä. Lisäksi systeemin vaikuttaisivat yläpinnan terästen kapasiteetti, joka jätetään tässä kuitenkin huomioimatta, koska niiden suhteellinen osuus puristusresultanttiin olisi niin pieni. Lisäksi jätetään huomioimatta jonkin matkaa neutraaliakselin alapuolella oleva vedetty betoni, joka ei ole vielä haljennut. Systeemin ratkaisemiseksi luodaan yhtälöryhmä, johon otetaan apumuuttuja  $s = h - e$ , joka kuvaa terästen vetoresultantin kohtisuoraa etäisyyttä laatan yläreunasta.

$$\begin{cases} \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_b} = \frac{s-y}{y} \\ M = F_t \left( s - \frac{y}{3} \right) \\ F_b = F_t \end{cases} \quad (31)$$

Yhtälöryhmän (31) ensimmäisessä yhtälössä hyödynnettiin kuvan 6.2 yhdenmuotoisia kolmioita, joissa  $\varepsilon_t$  kuvaa terästen venymää ja  $\varepsilon_b$  suurinta betonin puristumaa, joka sijaitsee laatan yläreunassa. Betonin puristumalla tarkoitetaan negatiivista venymää, joka määritellään itseisarvoltaan yhtä suureksi, mutta positiiviseksi. Toisessa yhtälössä käytettiin tietoa, jonka mukaan poikkileikkauksen betonin puristuskeskiön mukaan lasketun sisäisen momentin on vastattava ulkoista taivutusmomenttia. Kolmas yhtälö saadaan poikkileikkauksen vaakasuuntaisesta tasapainoehdosta.

Tässä laskennassa voidaan pysyä alueella, jolla betonin jännitys pysyy puristuslujuutta pienempänä. Olettamalla puristumurtumiseen asti betonille lineaarikimminen käytös, voidaan betonin puristusresultantti lausua jännityksen ja sitä kautta edelleen muodonmuutosten kautta

$$F_b = \frac{1}{2} y b \sigma_b = \frac{1}{2} y b \varepsilon_b E_b, \quad (32)$$

jossa  $\sigma_b$  on betonin jännitys ja  $E_b$  lineaarikimmoisen alueen kimmokerroin. Kaavassa on huomioitu myös laatan leveys  $b$  ja jännityksen kolmion muotoinen jakauma. Tätä oletusta voidaan käyttää niin kauan, kunnes betonille laskettu puristuma ylittää puristuslujuuden ja kimmokertoimen määräämän murtopuristuman.

Teräkselle laskennallinen tarkastelu on haastavampaa. Teräksen ollessa lineaarikimmoisella alueella sen jännitysresultantti voidaan lausua suoraan teräspinta-alan ja jännityksen tulona sekä edelleen venymän ja kimmokertoimen avulla

$$F_t = A_s \sigma_t = A_s \varepsilon_t E_t, \quad (33)$$

jossa  $A_s$  kuvaa vetoterästen poikkipinta-alaa, ja muut symbolit ovat vastaavat kuin betonille. Terästen myötörajan ylittymisen jälkeen kaava (33) ei enää päde, vaan jännityk-



selle ja venymälle on löydettävä yhteys, joka huomioi kasvavat muodonmuutokset. Tällöin pätee

$$F_t = A_s(R_e + \left(\varepsilon_t - \frac{R_e}{E_t}\right)R), \quad (34)$$

jossa  $R_e$  on terästen myötöraja ja  $R$  myötölujittuvan alueen kulmakerroin. Kaavassa (34)  $\varepsilon_t$  kuvaa nyt teräksen yhteenlaskettua elastisen ja plastisen alueen venymää.

Tarkastellaan tässä aluksi kuormitusaluetta, jolla terästen jännitys pysyy myötörajan alapuolella. Sijoittamalla yhtälöryhmän (31) keskimmäiseen yhtälöön terästen puristusresultantin ja venymän välinen yhteys kaavasta (33), saadaan lausuttua puristuspinnan korkeus

$$y = 3 \left( s - \frac{M}{A_s \varepsilon_t E_t} \right), \quad (35)$$

joka voidaan edelleen sijoittaa yhtälöryhmän (31) ensimmäiseen ja kolmanteen yhtälöön. Tällöin saadaan yhtälöpari, jonka tuntemattomat tekijät ovat teräsvenymä ja betonin suurin puristuma. Siitä voidaan edelleen lausua betonin puristuma teräsvenymän avulla

$$\varepsilon_b = \frac{A_s \varepsilon_t E_t}{\frac{3}{2} b E_b \left( s - \frac{M}{A_s \varepsilon_t E_t} \right)}. \quad (36)$$

Sijoittamalla tämä yhtälöparin toiseen yhtälöön, saadaan teräsvenymälle toisen asteen yhtälö

$$\varepsilon_t^2 (9 E_b b s^2 + 4 A_s E_t s) - \varepsilon_t M \left( 18 \frac{E_b b s}{A_s E_t} + 6 \right) + 9 \frac{E_b b M^2}{A_s^2 E_t^2} = 0, \quad (37)$$

jonka ratkaisuna vallitseva teräsvenymä saadaan. Saatu tulos pätee mille tahansa rakenteelle, kunhan materiaaliparametrit ja tarvittavat mitat tunnetaan. Ulkoiseksi momentiksi  $M$  sijoitetaan kuvan 6.1 perusteella laskettu arvo.

Sijoittamalla yhtälön (37) ratkaisusta saatu teräsvenymä takaisin alkuperäisestä yhtälöparista johdettuun betonin puristuman lausekkeeseen (36), saadaan ratkaistua myös betonin muodonmuutos. Näitä kaavoja voidaan hyödyntää niin kauan, kunnes teräsvenymä saavuttaa sille määritetyn myötövenymän arvon, joka tässä tapauksessa on kaavan (27) Hooken lakia soveltaen

$$\varepsilon_t = \frac{R_e}{E_t} = \frac{580}{200000} = 2,90 \text{ ‰} \quad (38)$$

Kun teräsvenymä ylittää tämän arvon, on puristuspinnan korkeuden lausekkeena käytettävä muotoa, joka saadaan sijoittamalla kaavan (34) tulos alkuperäiseen yhtälöryhmän (31) toiseen yhtälöön. Tällöin puristuspinnan korkeus on

$$y = 3 \left[ s - \frac{M}{A_s(R_e + (\varepsilon_t - \frac{R_e}{E_t})R)} \right], \quad (39)$$

joka voidaan edelleen sijoittaa yhtälöryhmään (31), jolloin saadaan yhtälöpari. Tästä yhtälöparista voidaan jälleen lausua betonin puristuma teräksen venymän avulla

$$\varepsilon_b = \frac{3\varepsilon_t \left( s - \frac{M}{A_s(R_e + (\varepsilon_t - \frac{R_e}{E_t})R)} \right)}{\frac{3M}{A_s(R_e + (\varepsilon_t - \frac{R_e}{E_t})R)} - 2s}. \quad (40)$$

Koska terästen myötöalueella voimaresultantin ja venymän välisestä yhteydestä tuli laskentaan mukaan myös vallitsevista muodonmuutossuureista riippumaton vakiotermi, jota ei lineaarisella alueella esiintynyt, päädytään tässä teräsvenymän ratkaisemiseksi astetta korkeampaan kolmannen asteen yhtälöön

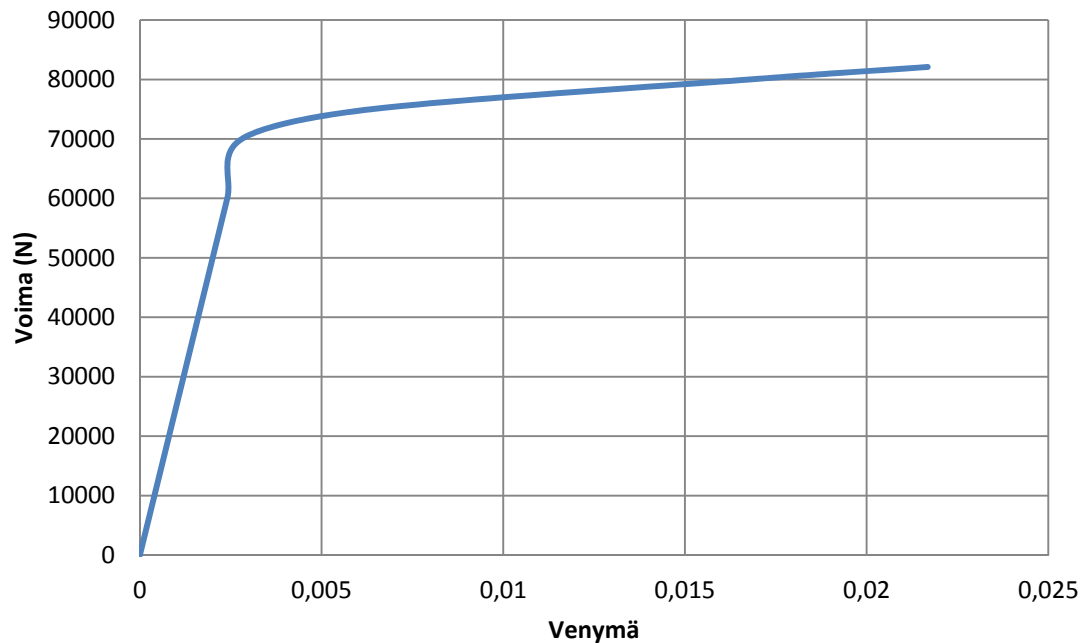
$$\begin{aligned} & -\varepsilon_t^3 A_s^2 R^2 \left( \frac{9}{2} E_b b s^2 + 2 A_s R s \right) + \varepsilon_t^2 \left[ 9 E_b b A_s^2 R_e R s^2 \left( \frac{R}{E_t} - 1 \right) + 6 A_s R s \left( \frac{3}{2} E_b b M + \right. \right. \\ & \left. \left. A_s^2 R_e R \left( \frac{R}{E_t} - 1 \right) \right) + 9 E_b b M A_s R s \right] + \\ & \varepsilon_t \left[ 9 E_b b A_s^2 R_e^2 s^2 \left( -\frac{R^2}{2 E_t^2} + \frac{R}{E_t} - \frac{1}{2} \right) + 9 E_b b M A_s R_e s \left( 1 - \frac{R}{E_t} \right) + 6 A_s^3 R_e^2 R s \left( -\frac{R^2}{E_t^2} + 2 \frac{R}{E_t} - \right. \right. \\ & \left. \left. 1 \right) - \frac{9}{2} E_b b M^2 + 6 M A_s^2 R_e R \left( 1 - \frac{R}{E_t} \right) \right] + \left[ 2 A_s^3 R_e^3 s \left( \frac{R^3}{E_t^3} - 3 \frac{R^2}{E_t^2} + 3 \frac{R}{E_t} - 1 \right) + \right. \\ & \left. 3 M A_s^2 R_e^2 \left( \frac{R^2}{E_t^2} - 2 \frac{R}{E_t} + 1 \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (41)$$

Kaavojen (37) ja (41) käyttöalueiden erottaminen toisistaan on yksinkertaista, sillä materiaalien kimmokertoimet tiedetään ennalta, ja voimaa  $F$  kasvatettaessa saadaan ensin ratkaistua kaavaa (37) käyttämällä lineaarisen alueen teräsvenymä. Jossain vaiheessa saavutetaan sellainen voima  $F$ , jolla teräsvenymä saavuttaa myötörajan vastaavan venymäarvon, jonka määräämää kuormaa  $F_{myötö}$  suuremmilla kuormilla on käytettävä teräsvenymille kaavaa (41). Teoreettisesti rakenteen voidaan otaksua pettävän, kun betonin puristusjännitys ylittää puristuslujuuden. On tarkastettava, ettei ennen terästen myötäämistä betonin Hooken lain mukaan laskettava murtopuristuma

$$\varepsilon_b = \frac{f_c}{E_b} = \frac{41,5}{23000} = 1,80 \text{ ‰} \quad (42)$$

ylity. Näin voi tyypillisesti käydä yliraudoitetuissa rakenteissa, jolloin teräkset eivät milloinkaan saavuta myötörajaansa, eikä tässä laskettuja kaavoja muodonmuutossuureille tällöin voitaisi käyttää.

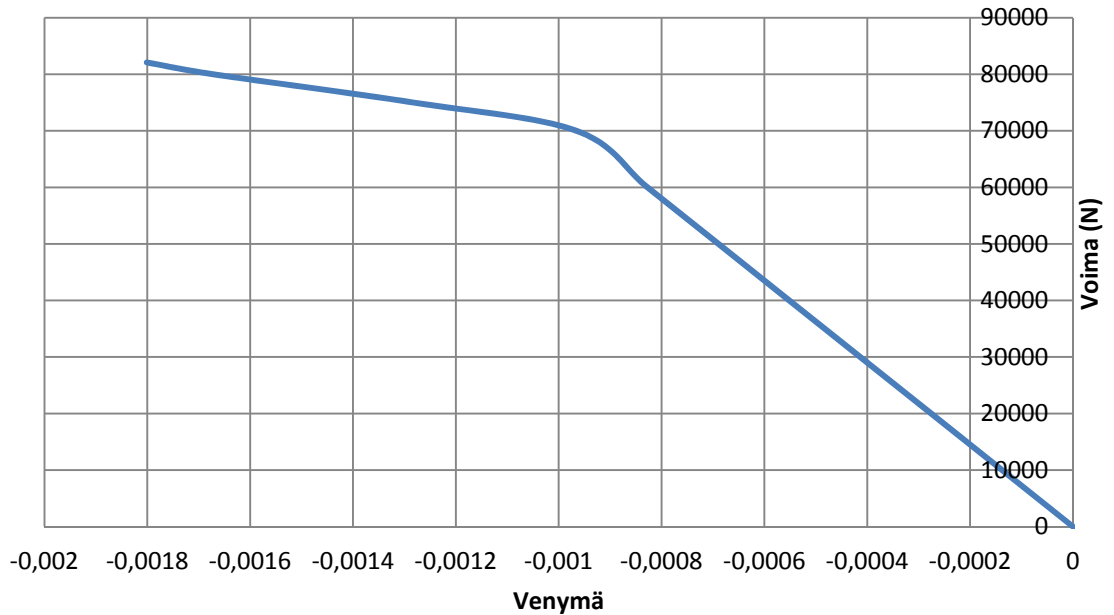
Sijoittamalla taulukkolaskentaohjelmaan kuormitusarvoja ja käyttämällä laskentamallin 7 materiaalivakioita saadaan analyytinen ratkaisu teräsvenymän ja kokonaiskuorman  $F$  väliselle riippuvuudelle, joka on esitetty kuvassa 6.3.



**Kuva 6.3** – Laatan analyytisen tarkastelun kautta laskettu suurin vallitseva teräsvenymä kullakin kuormitustasolla.

Kasvattamalla kuormaa maltillisesti ja käyttämällä aluksi kaavaa (37) löydettiin lopulta terästen myötökuorma  $F_{myötö} = 72\,300\text{ N}$ , jolla teräsvenymä saavutti arvon 2,9 ‰. Kuormitusta  $F_{myötö}$  suuremmilla kuormilla käytettiin teräsvenymien laskentaan kaavaa (41).

Vastaavasti betonin yläpinnan suurin puristuma  $\varepsilon_b$  voitiin laskea kuormitusta  $F_{myötö}$  pienemmillä kuormilla käyttäen kaavaa (36) ja suuremmilla kuormilla kaavaa (41). Betonin yläpinnan puristuma kokonaiskuorman  $F$  funktiona on esitetty kuvassa 6.4.



**Kuva 6.4** - Laatan analyttisen tarkastelun kautta laskettu yläpinnan betonin suurin puristuma kullakin kuormitustasolla.

Käyttämällä betonin puristuman laskentaan kuormaa  $F_{myötö}$  suuremmilla kuormituksen arvoilla kaavaa (41), saatiin rakenteen kapasiteetiksi  $F_{murto} = 82\,100\text{ N}$ . Huomioitavaa on, että terästen myötäessä betonin puristuma oli vasta noin 1 ‰, joka on selvästi alle kaavan (42) mukaisen murtopuristuman.

## 6.2 Siirtymät

Halkeilevan poikkileikkauksen siirtymien laskenta on haastavaa, sillä kuormituksen lisäksi siihen vaikuttaa oleellisesti myös kuormituksesta aiheutuva rakenteen taivutusjäykkyuden muutos, joka ei ole kuormituksen suhteen lineaarinen. Laatan siirtymän lausekkeeseen on löydettävä taivutusjäykkyys, joka riippuu oikealla tavalla vallitsevasta kuormituksesta, ja tätä redusoitua taivutusjäykkyyttä on käytettävä laskettaessa kunkin kuormitusaskeleen aiheuttamaa siirtymää. Kuvan 6.1 mukaiselle rakennemallille on johdettu suurimman aiheutuvan siirtymän lauseke

$$\Delta = \frac{FL^3}{48E_cI_e} \left[ 3\frac{a}{L} - 4\left(\frac{a}{L}\right)^3 \right], \quad (43)$$

jossa  $F$  on kahdelle kuormituspisteelle yhteensä kohdistuva ulkoinen voima,  $L$  on koko rakenteen jänneväli,  $a$  on pistevoiman etäisyys tuelta,  $E_c$  on halkeilevan tai muulla tavoin redusoituvan aineen kimmokerroin ja  $I_e$  on neliömomentti, joka huomioi redusoituvan poikkileikkauksen [4]. Sen avulla voidaan määritellä redusoitu taivutusjäykkyys, joka teräsbetonirakenteelle on

$$E_b I'_e = \frac{E_b I_{cr}}{1 - \gamma \eta \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right)^2}, \quad (44)$$

jossa  $I_{cr}$  on haljenneen poikkileikkauksen neliömomentti. Redusoituvan poikkileikkauksen kimmokerrotimeksi on tässä käytetty betonin kimmokerrointa  $E_c$ . Momenttisuhteessa esiintyvä  $M_{cr}$  on se taivutusmomentin arvo, jolla poikkileikkaus alkaa redusoitua. Tässä yhteydessä se tarkoittaa taivutusmomenttia, jonka arvolla betonin vetolujuus rakenteen alapinnassa ylittyy. Kullakin kuormitusaskeleella vallitsevaa rakenteen suurinta taivutusmomenttia kuvaa muuttuja  $M_a$ , joka tässä tapauksessa lasketaan kuvan 6.1 perusteella. Kerroin  $\eta$  on määritelty

$$\eta = 1 - \frac{I_{cr}}{I_g}, \quad (45)$$

jossa  $I_g$  on ehjän rakenteen neliömomentti, johon voidaan huomioida vain betonin osuus [4]. Toiseen kaavan (44) kertoimeen on kaksi laskentatapaa

$$\begin{cases} \gamma = \frac{3\frac{a}{L} - 4\xi \left( \frac{a}{L} \right)^3}{3\frac{a}{L} - 4\left( \frac{a}{L} \right)^3} \\ \gamma = \frac{8\left( \frac{a}{L} \right)^3 \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right)}{3\frac{a}{L} - 4\left( \frac{a}{L} \right)^3} \end{cases} \quad (46)$$

jossa apukerroin  $\xi$  määritellään

$$\xi = 4 \frac{M_{cr}}{M_a} - 3. \quad (47)$$

Kaavasta (46) voidaan käyttää kumpaa tahansa muotoa [4]. Ylempi ratkaisu huomioi halkeilun jälkeisen jäännösvetolujuuden (engl. *tension stiffening*) eli sen, ettei halkeaman syntymisen jälkeen jännitys laske välittömästi nolnaan. Alemmassa ratkaisussa näin oletetaan. Ratkaisun valinnasta aiheutuu jonkin verran eroa siirtymiin etenkin malleilla kuorman arvoilla, jolloin uusia halkeamia vielä syntyy.

Halkeilleen poikkileikkauksen neliömomentin  $I_{cr}$  laskemiseksi tarvitaan kappaleessa 6.1 laskettua tietoa puristuspinnan korkeudesta. Rakenteen neutraaliakseli ja siis myös vetojäykkyyskeskiö sijaitsee kaavan (35) tai (39) mukaisella etäisyydellä rakenteen yläpinnasta riippuen siitä, onko terästen myötöraja ylittynyt. Vetoraudoitetun teräsbetonirakenteen taivutusjäykkyys on

$$\widehat{E_b I_{cr}} = E_b \left( \frac{by^3}{12} + by * \left( \frac{y}{2} \right)^2 \right) + E_t A_s (h_0 - y)^2, \quad (48)$$

jossa  $b$  on laatan leveys,  $A_s$  terästen poikkipinta-ala ja  $h_0$  terästen keskiöetäisyys laatan yläpinnasta [11, s.58]. Kaavasta (48) saadaan laskettua neliömomentti  $I_{cr}$ , kun materiaalien kimmokertoimien suhde tunnetaan. Terästen keskiöetäisyyden  $h_0$  paikalle sijoitetaan tässä aiemmin käytetty apumuuttuja  $s$ . Redusoituvan neliömomentin lauseke on tällöin

$$I_{cr} = \frac{by^3}{3} + \frac{E_t}{E_b} A_s (y^2 - 2sy + s^2), \quad (49)$$

jossa ainoana muuttujana eri kuormitusaskelien välillä on puristuspuunnan korkeus  $y$ , jonka yhteys ulkoiseen kuormitukseen kuitenkin tiedetään kaavojen (35) ja (39) perusteella, joissa se laskettiin muodonmuutosten avulla. Kolmannen asteen termi tässä aiheutuu betonista, alemmat asteet teräksestä.

Betonin normaalijännitys rakenteen alapinnassa on

$$\sigma = \frac{M_t}{W}, \quad (50)$$

jossa  $M_t$  on taivutusmomentti ja  $W$  taivutusvastus, joka voidaan suorakaiteen muotoiselle poikkileikkaukselle laskea yksinkertaisesti jättäen jälleen teräkset huomioimatta

$$W = \frac{bh^2}{6}, \quad (51)$$

jossa  $h$  on koko rakenteen korkeus. Kaavoista (50) ja (51) voidaan laskea ensimmäisen halkeaman syntymishetken momentti sijoittamalla normaalijännityksen arvoksi betonin vetolujuus

$$M_{cr} = \frac{f_t b h^2}{6}. \quad (52)$$

Sijoittamalla tunnetut arvot laskentatapauksesta 7 kaavaan (52) saadaan halkemismomentiksi 6,10 kNm. Vallitseva suurin ulkoinen momentti kuorman  $F$  avulla lausuttuna määriteltiin kappaleen 6.1 alussa.

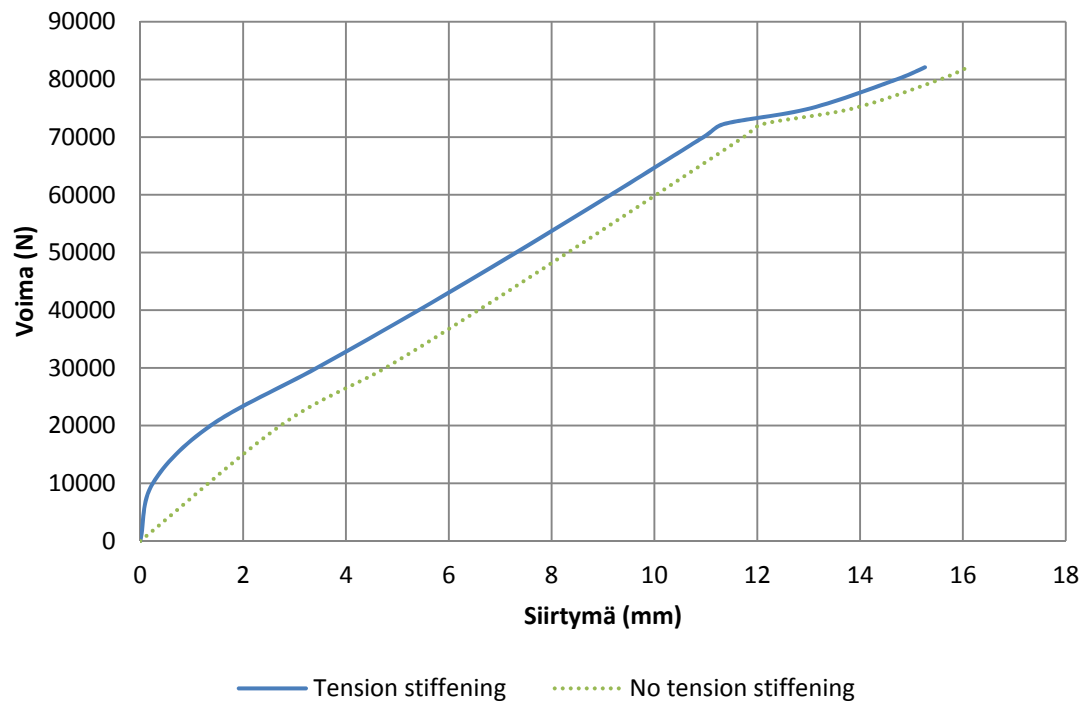
Ehjän rakenteen neliömomentti, jossa huomioidaan vain betonin osuus, lasketaan kaavasta

$$I_g = \frac{bh^3}{12}, \quad (53)$$

jolla neliömomentin arvoksi saadaan  $1,69 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$ .

Sijoittamalla lähtöarvot ja tässä esitetyt kaavat kullakin kuormitusaskeleella taulukkolaskentaohjelmaan, saadaan siirtymiä vastaavat voimat sekä halkeilun jälkeisen jään-

nösvetolujuuden huomioivalle että huomiotta jättävälle ratkaisulle. Kuvaajat on esitetty kuvassa 6.5.



**Kuva 6.5** – Analyttisen ratkaisun siirtymä-voimakuvaja.

Kuvasta 6.5 on selvästi havaittavissa ero eri ratkaisujen antamille siirtymille. Lisäksi terästen myötörajan ylittyminen näkyy selvästi.

## 7 LASKENTAOHJELMAN OMINAISUUKSIEN VAIKUTUKSET

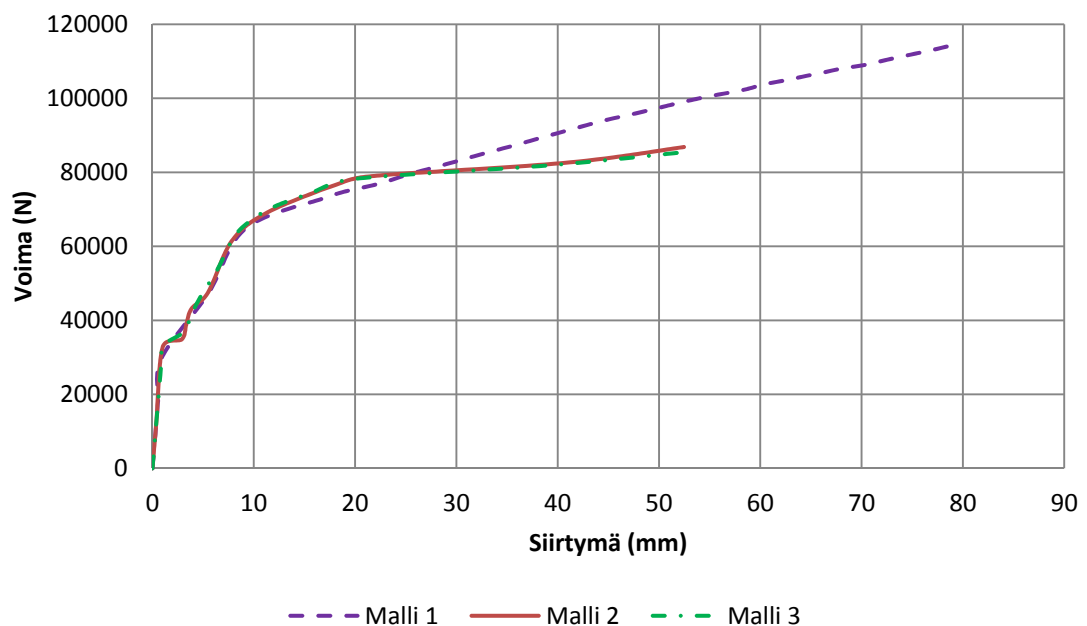
### 7.1 Elementtiverkon ominaisuudet

#### 7.1.1 Siirtymät

Laskennan ensimmäisessä vaiheessa selvitettiin tuloksen riippumattomuutta käytettävästä elementtiverkosta. Kriteerinä voidaan tässä pitää sitä, että verkkoa tihentämällä tulokset eivät enää merkittävästi poikkea toisistaan. Laskennassa käytettiin kolmea elementtiverkkoa, joiden murtumisenergia, lujuusominaisuudet ja kimmokerroin pidettiin vakioina. Mallien tiedot esitettiin taulukoissa 5.1 ja 5.2.

Harvimman verkon tiedettiin jo etukäteen olevan liian harva mallin oikeanlaiseen kuvaamiseen, mutta se otettiin mukaan, koska se on elementtimäärältään merkittävästi muita pienempi. Tämän vuoksi sen ratkaiseminen on huomattavasti nopeampaa. Näin saatiin käsitys, paljonko mallin ratkaisu poikkeaa tiheämmän elementtiverkon ratkaisusta. Mallia saataisiin pienennettyä entisestään, mikäli myös se mallinnettaisiin neljännes-symmetriaa hyödyntäen.

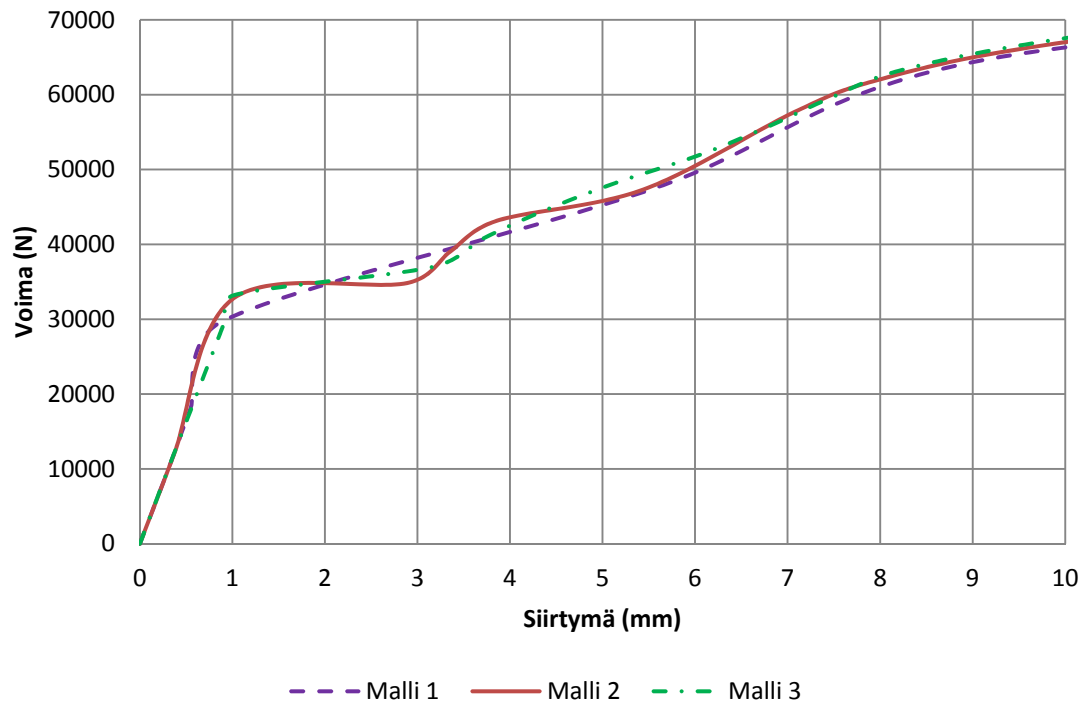
Eri tavoin verkotettuja malleja kuormitettiin kappaleessa 5.3 esitetyllä tavalla. Mallien siirtymä-voimakuvajaajat on esitetty kuvassa 7.1. Mitattava siirtymä on kuormituspisteen siirtymä.



**Kuva 7.1** – Eri mallien siirtymä-voimakuvajaajat.



Verkon 1 kuvaajassa näkyy selvästi elementtien lukumäärän riittämättömyys paksuussuunnassa. Sen kapasiteetti on huomattavasti suurempi, koska halkeilu on erittäin vaikea saada etenemään ylimpään elementtiin, joka on samanaikaisesti yläreunastaan puristusjännityksen alaisena. Halkeilun syntyminen ja eteneminen eivät näy siinä muutenkaan oikein, koska liian alhaisella elementtimäärällä niiden riittävän tarkka mallintaminen ei ole mahdollista. Ilmiö korostuu entisestään tarkastelemalla siirtymiä vain kuormituksen alkuvaiheessa. Tältä alueelta vastaava kuvaaja on esitetty kuvassa 7.2.



**Kuva 7.2** – Mallien siirtymä-voimakuvaukset kuormituksen alkuvaiheessa.

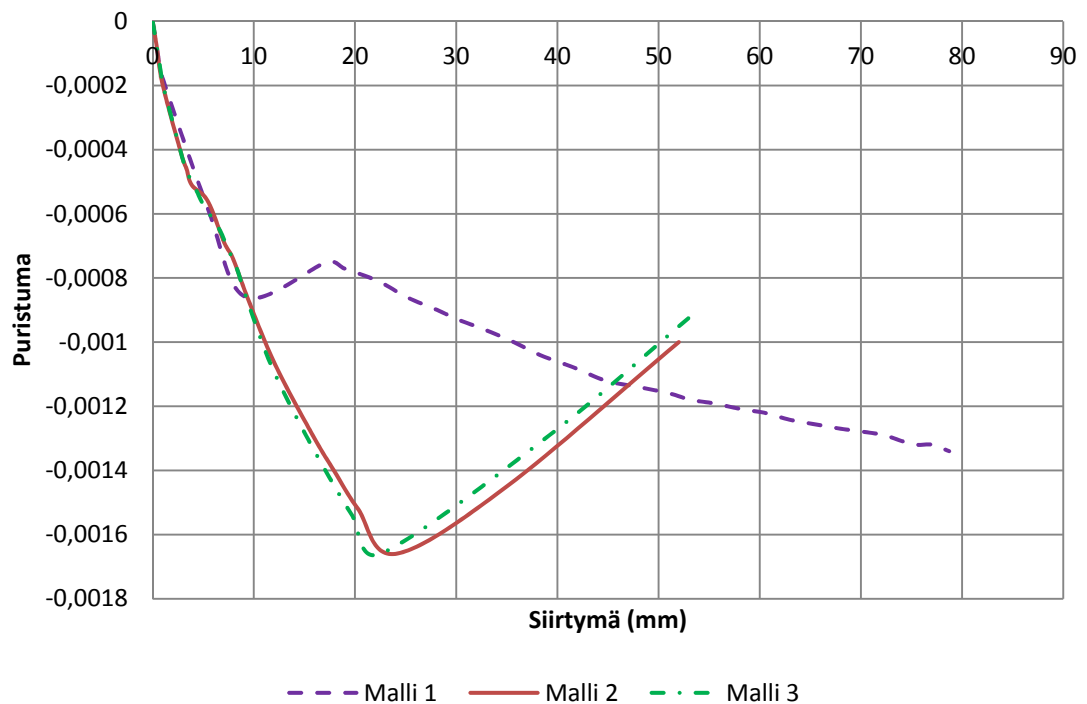
Kuvasta 7.2 ilmenee verkkojen 2 ja 3 kyky kuvata halkeilun etenemistä. Ensimmäinen halkeama syntyy niihin kuormituksen ollessa noin 33 000 N. Tällöin kuormituspiste siirtyy äkisti arvosta 1 mm noin arvoon 3 mm. Vastaavia äkillisiä siirtymiä syntyy myös myöhemmässä vaiheessa kuormitusta, jolloin halkeilu etenee sekä laatan paksuussuunnassa että myös jänteen suunnassa saaden aikaan kuvaajan aaltoilua. Verkosta 1 tällaista käyttäytymistä ei voida havaita. Ainoastaan ensimmäisen halkeaman syntyminen saa aikaan merkittävän kuvaajan kulmakertoimen muutoksen, ja myös malli 1 kuvaa sen syntymisen vaatiman kuormituksen ja siirtymän hyvin. Pienillä kuormituksen arvoilla se kuvaa muutenkin siirtymä-voimayhteyttä verrattain hyvin, mutta kuvasta 7.1 nähdään, että terästen myötäämisen jälkeen se ei ole enää käyttökelpoinen.

### 7.1.2 Laatan murtuminen

Koska teräksille käytetään tässä laskennassa bilineaarista materiaalmallia, jolle ei ole asetettu murtovenymää, tapahtuu rakenteen murtuminen betonin puristumurrin kautta. Betonin puristusjännityksen ylittyminen sallitaan yleisesti rakenteissa vasta sen jälkeen,

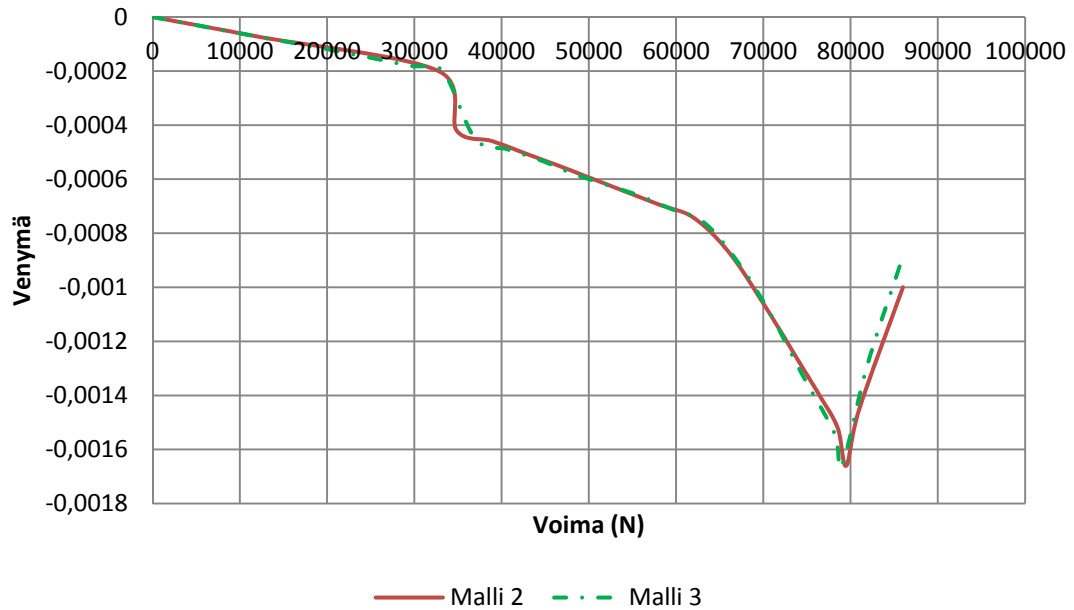
kun teräkset ovat myötäneet. Tämä sen vuoksi, jotta murtuminen olisi sitkeä eikä äkillinen.

Terästen venymien kasvaessa myötäämisen jälkeen yhä suuremmiksi betonin tehollinen puristuskorkeus pienenee. Tämän vuoksi sen jännitysten on kasvettava, jotta sisäinen voimatasapaino säilyy. Lopulta betonin yläpinnan puristuslujuus ylittyy, ja murtuminen tapahtuu äkisti betonin lohkeillessa ja murskaantuessa. Samalla sen kyky vastaanottaa jännitystä häviää. Rakenteen toiminnan kannalta oleellinen puristuspuolen kapasiteetti katoaa, ja rakenne pettää. Betonin puristuma kuormituspisteen siirtymän funktiona kuormituspisteiden puolivälissä on esitetty kuvassa 7.3.



**Kuva 7.3** – Eri elementtiverkkojen betonin puristuma kuormituspisteiden puolivälissä kuormituspisteen siirtymän funktiona.

Näiden mallien betonin murtopuristuma on kaavan (27) nojalla 1,66 ‰. Kuvasta 7.3 nähdään, miten mallien 2 ja 3 betonin puristuma lähtee sen saavuttamisen jälkeen muuttamaan. Betonin jännitys alkaa vapautua, ja rakenne saa erittäin suuria muodonmuutoksia pienillä kuorman lisäyksillä, mikä ilmenee esimerkiksi kuvasta 7.1 kuormituksen lähestyessä arvoa 80 000 N ja kuormituspisteen siirtymän ylittäessä arvo 20 mm. Todetakaan, että malli 1 ei kykene kuvaamaan betonin puristumia juuri ollenkaan, kuten kuvasta 7.3 nähdään. Käyttäytymisen ominaisuuksia saadaan enemmän esiin esittämällä betonin puristumat kuormituksen funktiona kuvassa 7.4.



**Kuva 7.4** – Betonin puristumat kuormituksen funktiona. Mallin 1 kuvaaja on poistettu, koska näiden tulosten osalta se todettiin käyttökelvottomaksi.

Mallien 2 ja 3 kuvaajista on havaittavissa selitettävissä olevia ilmiöitä. Ensimmäisen vetohalkeaman syntyessä betoniin myös puristuksen alaisen betonin jännitys ja puristuma kasvaa äkisti. Tämä tapahtuu kuormituksen arvon ollessa noin 33 000 N. Betonin puristumat alkavat myös kasvaa voimakkaammin terästen myötörajan ylittyessä, kun kuormituksen arvo on noin 63 000 N. Lopulta betonin saavuttaessa murtopuristumansa jännitys alkaa vapautua. Vaikka tämän jälkeenkin saatiin vielä laskettua joitain järkeviä kuormitusaskelia, voidaan betonin murtopuristuman saavuttamista pitää laatan maksimikapasiteettina. Verkolle 2 maksimikapasiteetti oli näin ollen noin 79 000 N ja verkolle 3 noin 78 000 N. Kuvasta 7.1 voidaan kyllä lukea kuormitusarvoja tämän jälkeenkin, mutta todettakoon, että betonin murtopuristuman ylittymisen jälkeen laskentapisteitä saatiin vain yksi tai kaksi ennen laskennan keskeytymistä. Näin ollen näitä pisteitä ei voida pitää luotettavina, koska malli on selvästi hyvin epästabiili. Laskenta sallii vielä joitakin kuormituspisteiden laskentoja, kunhan siirtymät eivät ole vielä liian suuria. Viimeiset laskentapisteet saattavat johtua myös rakenteen holvautumisesta.

## 7.2 Betonin materiaaliparametrien vaikutus

### 7.2.1 Siirtymät

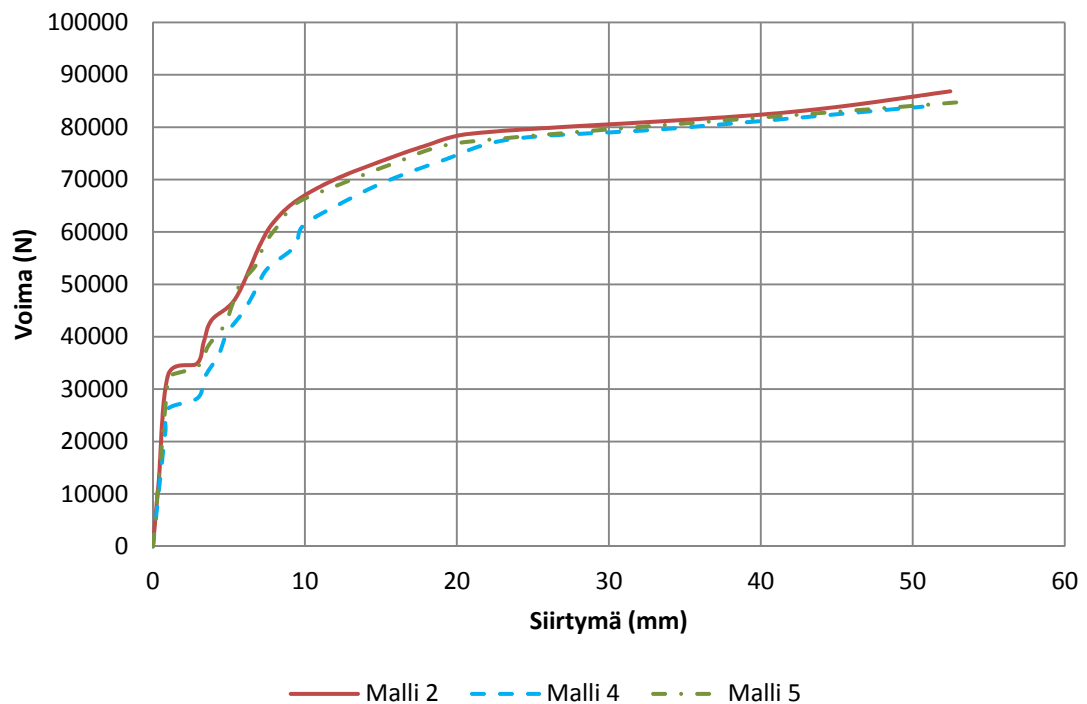
Kappaleessa 7.1 käsitellyn laskennan ensimmäisen vaiheen tuloksista valittiin laatan paksuussuunnan elementtijaoksi verkon 2 mukainen jako 12 elementtiin. Laskennan toisessa vaiheessa luotiin kaksi laskentamallia lisää. Lähtökohtana pidettiin kaikille malleille samaa murtumisenergian arvoa. Tarkemmat materiaalitiedot esitettiin taulukossa 5.3.

Ensimmäisestä luodusta verkosta alennettiin vetolujuutta mahdollisimman paljon. Tällöin saman murtumisenergian saavuttamiseksi oli kerrointa  $T_c$  kasvatettava ja kimmo-

kerrointa hieman alennettava. Tällä pyrittiin saamaan käsitys siitä, kumpi on materiaalin käyttäytymisen kannalta olennaisempi parametri, murtumisenergia vai vetolujuus. Murtumisenergia on rakenteen halkeilun ja sen jälkeisten jännitys jakaumien kannalta oleellinen parametri, mutta varmasti myös puhtaalla vetolujuudella on vaikutusta. Tämä oli malli 4, jonka elementtiverkko oli samanlainen kuin mallilla 2.

Toisessa luodussa verkossa kasvatettiin elementin sivumitta laatan tasossa kaksinkertaiseksi. Paksuussuunnassa elementtijako pidettiin vakiona. Tässä mallissa 5 ainoa muutos elementtikoon lisäksi oli kertoimen  $T_c$  puolitus verrattuna malliin 2. Näin ollen mallilla 5 oli malliin 2 verrattuna sekä sama murtumisenergia että vetolujuus. Tarkoitus oli selvittää, voisiko elementtikokoa laatan jänteen suunnassa kasvattaa, vai johtaisiko se liian epävarmoihin tuloksiin.

Eri materiaaliparametrit omaavia malleja kuormitettiin kappaleessa 5.3 esitetyllä tavalla. Vertailukohtana käytettiin laskennan ensimmäisestä vaiheesta mallia 2. Mallien siirtymä-voimakuvajaajat on esitetty kuvassa 7.5.



**Kuva 7.5** – Toisen vaiheen laskentamallien siirtymä-voimakuvajaajat. Vertailukohtana ensimmäisen vaiheen perusteella toimiva malli 2.

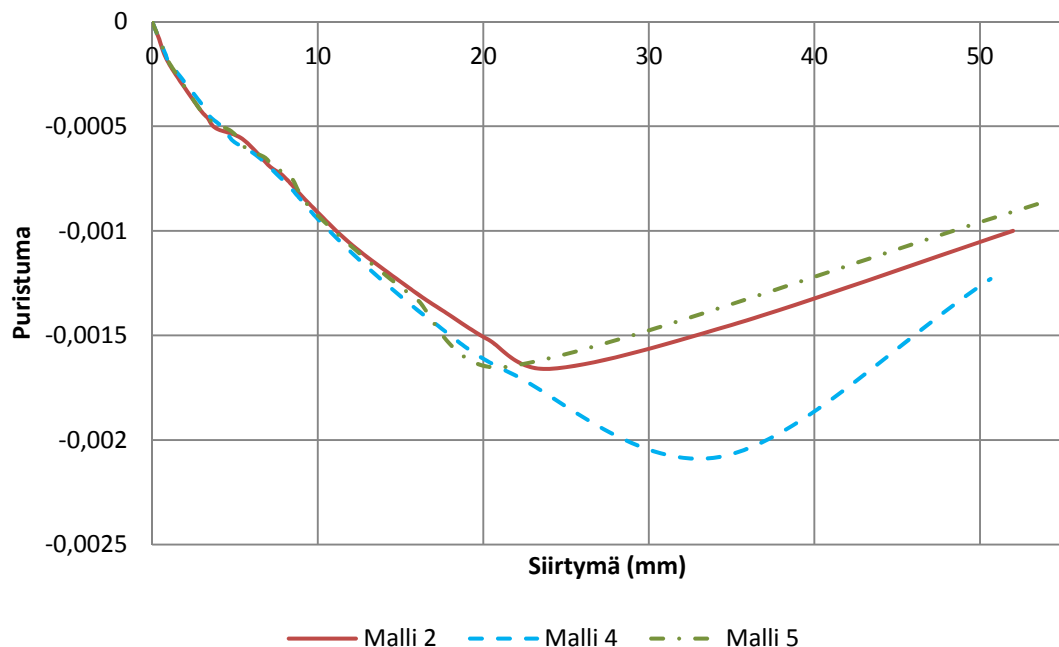
Kuvasta 7.5 on havaittavissa mallin 4 käyttäytymisen osalta odotettavissa ollut ilmiö. Siihen syntyy ensimmäinen halkeama huomattavasti mallia 2 aikaisemmin, mikä johtuu yksinkertaisesti pienemmällä kuormituksella saavutettavissa olevasta betonin vetolujuudesta. Koska betonin puristuslujuusominaisuudet ovat kuitenkin samanlaisia molemmissa malleissa, ei laatan lopullisessa kapasiteetissa ja täysin halkeilleen poikkileikkauksen käyttäytymisessä enää ole merkittäviä eroja. Vetolujuuden alentaminen vaikuttaa rakenteen käyttäytymiseen vain halkeamien syntyhetkellä. Hieman suuremmat siirtymät mal-

lilla 4 johtuvat osaltaan myös alhaisemmasta kimmokertoimesta, joka on tällöin ehjän puristuspuolen materiaaliominaisuus.

Mallissa 5 materiaali halkeaa pidemmästä elementtimitasta jänteen suunnassa johtuen pidemmältä matkalta, mikä pienentää rakenteen taivutusvastusta kerralla enemmän. Tämän vuoksi se saa jonkin verran suurempia siirtymiä kuin malli 2. On myös tavallista, että tiheämmällä elementtiverkolla on suurempi kapasiteetti, joka on aina myös lähempänä todellista rakennetta.

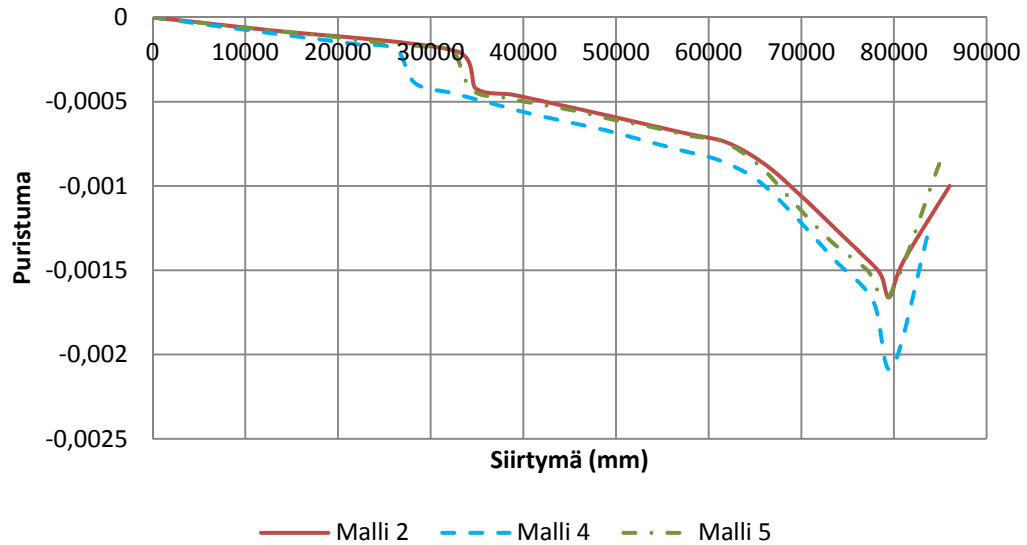
## 7.2.2 Betonin puristuma

Kuten kappaleessa 7.1.2 eri elementtiverkkoja vertailtaessa todettiin, rakenne todetaan murtuneeksi betonin puristuslujuuden ylittyessä. Laskennan toisessa vaiheessa mitattiin yläpinnan betonin puristumaa kuormituspisteiden puolivälissä. Puristuma siirtymän funktiona on esitetty kuvassa 7.6.



**Kuva 7.6** – Kuormituspisteiden puolivälissä olevan betonin puristuma kuormituspisteen siirtymän funktiona.

Alhaisemmasta kimmokertoimesta johtuen mallin 4 betonin murtopuristuma on 25 % kahta muuta mallia suurempi. Betoni kestää suuremmat muodonmuutokset, mutta samalla rakenne saa huomattavasti suuremmat siirtymät. Rakenteiden voidaan jälleen todeta pettävän, kun betonin puristus lähtee pienenemään, vaikka laskentaohjelma antoi senkin jälkeen vielä joitain tuloksia. Kapasiteetit havaitaan helpoiten mallien puristuman kuvaajista ulkoisen kuormituksen funktiona, joka on esitetty kuvassa 7.7.



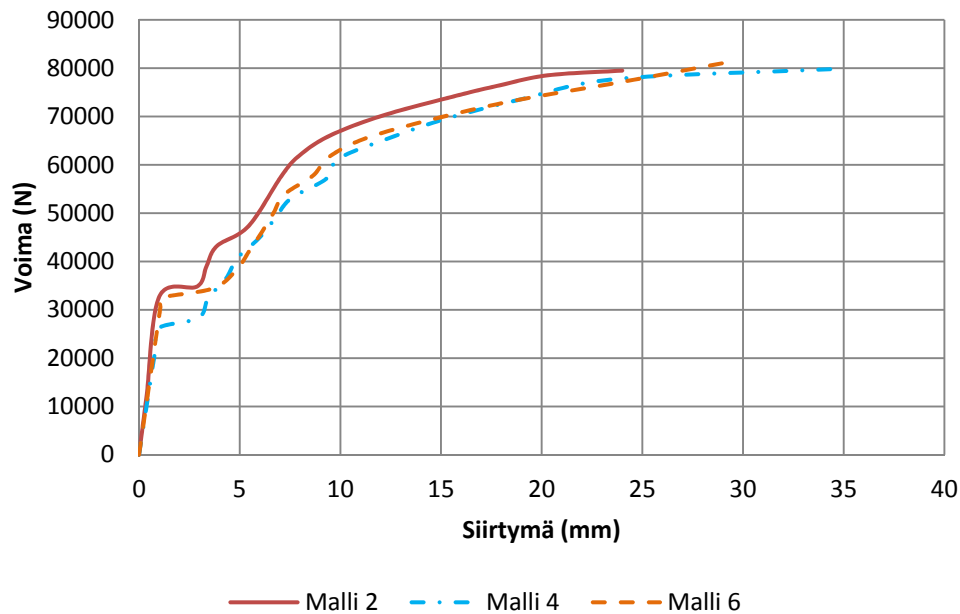
**Kuva 7.7** - Kuormituspisteiden puolivälissä olevan betonin puristuma ulkoisen kuormituksen funktiona.

Kuvasta 7.7 havaitaan myös betonin puristuman äkillinen kasvu, kun ensimmäinen vetohalkeama syntyy. Mallilla 4 kuormitus on tällöin noin 27 000 N, mallilla 5 noin 33 000 N. Betonin puristumakuvaajan perusteella teräkset alkavat myötää, kun kuormitus on noin 62 000 N, joka on samaa luokkaa kuin laskennan ensimmäisessä vaiheessa. Kapasiteetit sekä mallille 4 että 5 ovat noin 79 000 N.

Kuvaa 7.5 tarkastelemalla voidaan päätellä, että betonin vetolujuudella on rakenteen toiminnan kannalta oleellisempi merkitys kuin murtumisenergialla. Vetolujuus määrää lähes suoraan ensimmäisen halkeaman syntymisajankohdan, mikä saa välittömästi aikaan rakenteelle suuremmat siirtymät. Laskennan oikeellisuuden kannalta lienee tärkeintä, että betonin vetolujuus ja kimmokerroin vastaavat todellisuutta. Murtumisenergiakin on syytä pitää järkevissä rajoissa. Arvo  $G_f = 60 \text{ N/m}$  on melko pieni, tyypillinen arvo voisi olla normaalille betonille jopa  $140 \text{ N/m}$  [10]. Kun kimmokerroin ja vetolujuus on valittu, ei murtumisenergiaan voida enää vaikuttaa muilla kuin elementtikokovalinnoilla ja kertoimella  $T_c$ . Jälkimmäisestä loppuu käyttöalue nopeasti, koska sille suurin sallittu arvo on 1,0. Kuvista 7.5-7.7 havaitaan myös, että mallin 5 suuremmilla elementeillä tulokset poikkeavat hieman mallista 2. Ero ei ole kuitenkaan kovin merkittävä. Käyttämällä suurempia elementtejä saadaan murtumisenergia säädettyä helpommin suuremmaksi, koska tässä se uhkaa olla liian pieni. Toki elementtikokoa voitaisiin vielä kasvattaa entisestään, koska kerroin  $T_c$  voidaan aina puolittaa. Tyydytään tässä kuitenkin tulokseen, ettei elementtikoon kasvattaminen mallin 5 verkon mukaiseksi vaikuttanut vielä oleellisesti tuloksiin, joten tätä elementtikokoa voidaan käyttää myös jatkossa.

### 7.3 Murtumisenergia

Mallissa 6 murtumisenergian arvo laskettiin materiaaliparametreja säätämällä arvoon  $G_f = 40 \text{ N/m}$ . Samalla vetolujuutta ja kimmokerrointa alennettiin hieman, mutta niiden yhteys rakenteen käyttäytymiseen tunnetaan. Kaikki materiaaliominaisuudet mallille 6 esitettiin taulukossa 5.4. Mallin 6 siirtymä-voimakuvaja on esitetty kuvassa 7.8, jossa vertailukohtana toimivat mallien 2 ja 4 kuvaajat.



**Kuva 7.8** – Pienemmän murtumisenergian mallin siirtymä-voimakuvaja.

Kuvasta 7.8 havaitaan, että murtumisenergian pienentämisellä on siirtymien kannalta jonkin verran merkitystä. Ensimmäisen halkeaman syntyminen riippuu tässäkin pelkästään vetolujuudesta. Mallien 2 ja 6 vetolujuudet ovat lähellä toisiaan (5,16 MPa ja 5,00 MPa) kun taas mallilla 4 se on huomattavasti pienempi (4,38 MPa). Myös mallin 6 kimmokerroin 23 GPa on lähempänä mallia 2 (25 GPa) kuin mallia 4 (20 GPa). Mikäli vain nämä asiat ratkaisisivat voima-siirtymäyhteyden, olisi mallin 6 kuvaaja lähempänä mallia 2 kuin mallia 4. Johtuen kuitenkin alhaisemmasta murtumisenergian arvosta, malli 6 saa suurempia siirtymiä kuin malli 2. Kokonaisuuden kannalta siirtymien ero ei kuitenkaan ole merkittävä, koska ne ovat vielä suurimman osan kuormituksesta mallien 2 ja 4 välissä.

Kuvassa 7.8 mallien kuvaajat on lopetettu pisteeseen, jossa betonin yläpinnan puristuma saavutti maksiminsa eli puristui murtoon asti. Huomattavaa on, että laatan murtokapasiteetti ei riipu mitenkään veto-ominaisuuksista eikä kimmokertoimesta. Niistä riippumatta rakenne kestää saman kuormituksen, mutta heikommilla vetolujuusominaisuuksilla siirtymät kasvavat suuremmiksi.

Voidaan todeta, että murtumisenergian arvolla  $G_f = 40 \text{ N/m}$  tulokset ovat vielä käyttökelpoisia. Vetolujuuden ja kimmokertoimen säätäminen vaikuttavat rakenteen toimintaan paljon enemmän. Tämän perusteella voidaan valita staattista taivutusta vastaavaan

kokeeseen materiaaliarvot niin, että vetolujuus ja kimmokerroin valitaan täysin koetta vastaaviksi. Suurimman mahdollisen murtumisenergian saavuttamiseksi on tietysti syytä käyttää arvoa  $T_c = 1,0$ . Tällöin elementtikooksi on hyväksyttävää käyttää laskennan toisessa vaiheessa testattua sivumittaa 50 mm.



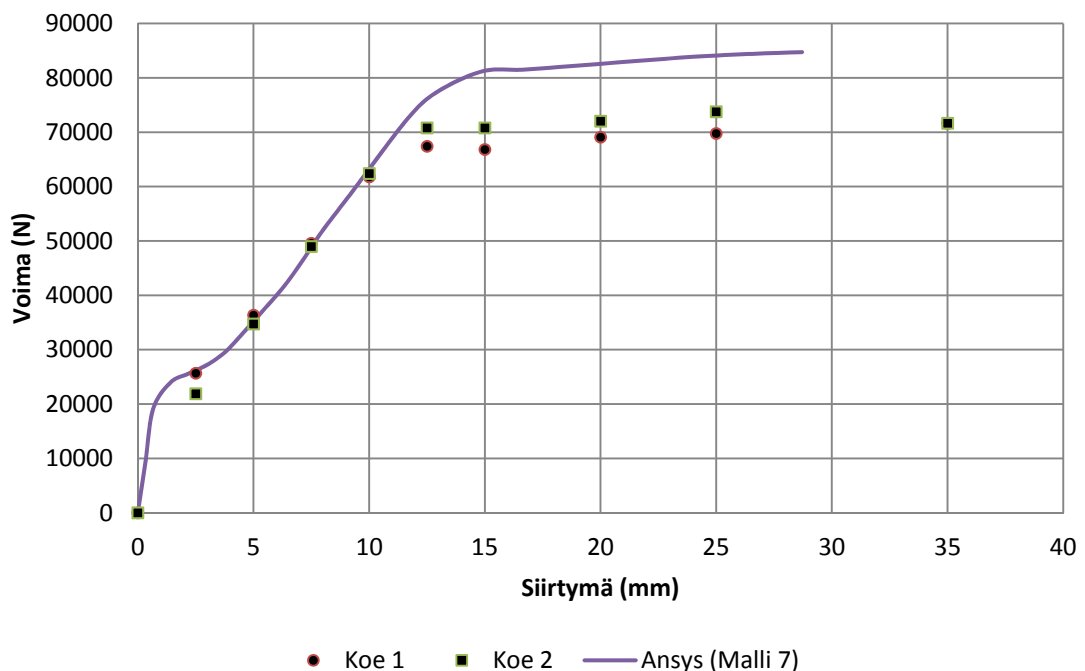
## 8 STAATTISEN TAIVUTUSKOEEN LASKENTA ELEMENTTIMENETELMÄLLÄ

### 8.1 Lähtötilanne

Tähänastisista laskentatuloksista on saatu selville, miten eri materiaaliparametrien ja laskentaelementtien koko vaikuttaa elementtimenetelmällä suoritettujen laskentojen tuloksiin. Jotta laskentamallin lähtötiedot saataisiin vastaamaan kappaleissa 4.1 ja 4.2 esiteltyä staattista taivutuskoea, pitää mallia vielä hieman säätää. Malli 7 luotiin pyrkimällä kohti staattisen taivutuskokeen parametreja, mutta samalla oli otettava huomioon kappaleessa 6 käsitellyt ominaisuudet, joilla tiedettiin olevan vaikutusta tuloksiin. Luodun mallin 7 ominaisuudet esitettiin taulukossa 5.4.

### 8.2 Siirtymät

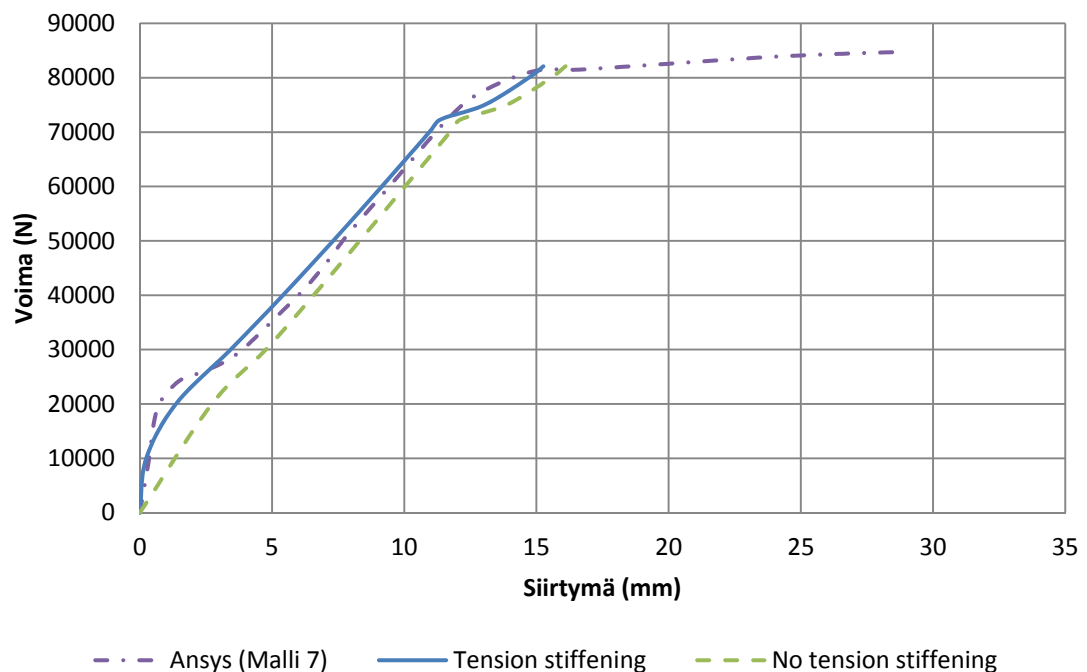
Taulukossa 5.4 esitellyn mallin 7 mukaista laatua kuormitettiin kappaleen 5.3 mukaisella tavalla. Laatusta mitattiin sekä kuormituspisteen siirtymää että keskikohdan maksimi-siirtymää. Kuormituspisteen siirtymän arvoja voidaan verrata todellisesta staattisesta taivutuskokeesta mitattuihin arvoihin. Mallin 7 siirtymä-voimakuvaja on esitetty kuvassa 8.1.



**Kuva 8.1** – Ansysen ja todellisten staattisten taivutuskokeiden siirtymä-voimakuvajat.

Kuvasta 8.1 nähdään, että Ansyksella lasketulla mallilla on jonkin verran suurempi kapasiteetti kuin koetuloksilla. Kokeessa ei ole saatu näkyviin aivan kuormituksen alun kuvaajan mutkaa, koska siinä mittauspisteitä ei ollut ennen ensimmäisen halkeaman syntymistä. Terästen myötäämisen jälkeen koetulokset ja Ansys antavat siirtymävoimakuvaaajalle likimain samanlaisen kulmakertoimen, joka riippuu teräksen myötölujittumiskertoimesta.

Laskennassa saatua rakenteen maksimisiirtymää voidaan vastaavasti verrata analyyttisellä laskennalla kappaleessa 6.2 saatuihin tuloksiin. Näiden siirtymävoimakuvaaajat on esitetty kuvassa 8.2.



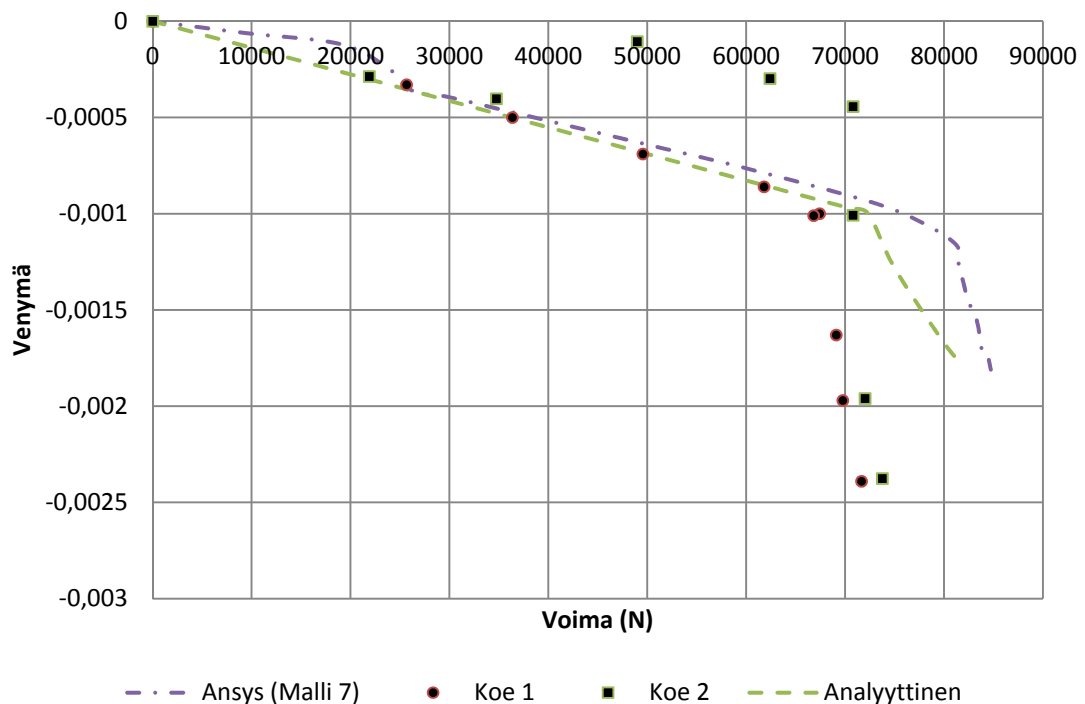
**Kuva 8.2** – Ansyksella lasketut siirtymät verrattuna analyyttisellä laskennalla saatuihin tuloksiin.

Kuvasta 8.2 nähdään, että halkeaman jälkeisten vetolujuuksien huomioon ottaminen kuvaa osaltaan myös sitä taivutusvastuskapasiteettia, joka rakenteella on ennen ensimmäisen halkeaman syntymää. Merkittävä osuus rakenteen taivutusvastuksesta syntyy ehjästä betonipoikkileikkauksesta, joten ensimmäisen halkeaman syntyessä rakenne saa melko äkillisesti suuria siirtymiä.

Analyyttisesti laskettu siirtymä vastaa erittäin hyvin Ansyksella laskettuja siirtymiä. Suurin ero kuvaajien välillä on terästen myötäämisen jälkeinen vaihe. Ansyksen malli käyttäytyy huomattavasti sitkeämmin, sillä kaikki kuvan 8.2 kuvaajat on lopetettu siihen kuormitushetkeen, jolla yläpinnan betoni saavutti laskennallisen murtopuristumansa.

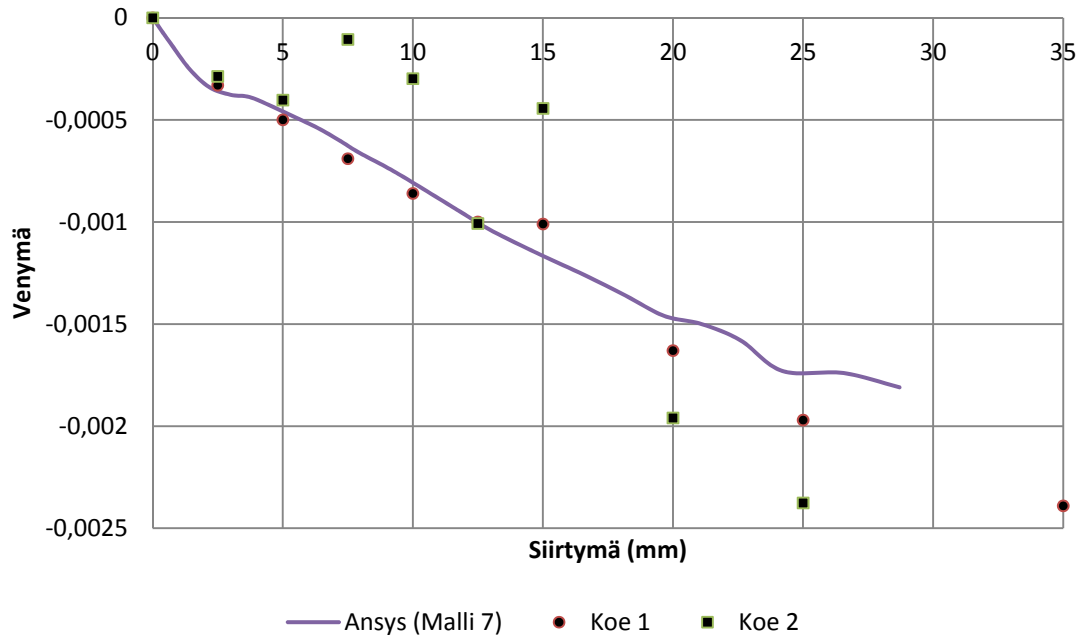
### 8.3 Yläpinnan betonin puristuma

Ansystallista laatan yläpinnan betonin puristumaa mitattiin kahdelta solmulta. Ensimmäinen piste sijaitsi kuormituslinjojen puolivälissä, eli alueella, jolla ideaalinen taivutusmomentti oli maksimissaan. Toinen mittauspiste sijaitsi 355 mm etäisyydellä laatan jänteen puolivälistä. Ne olivat samat pisteet, joista mittausta suoritettiin myös todellisessa staattisessa taivutuskokeessa, mikä esitettiin kuvassa 4.4. Analyttisessä laskennassa betonin puristumaa laskettiin vain suurimman vallitsevan taivutusmomentin alueella, eli kuormituspisteiden välissä. Tämän pisteen yläpinnan betonin puristumat on esitetty kuvassa 8.3.



**Kuva 8.3** – Kuormituspisteiden välisen alueen yläpinnan betonin puristumat kuormituksen funktiona.

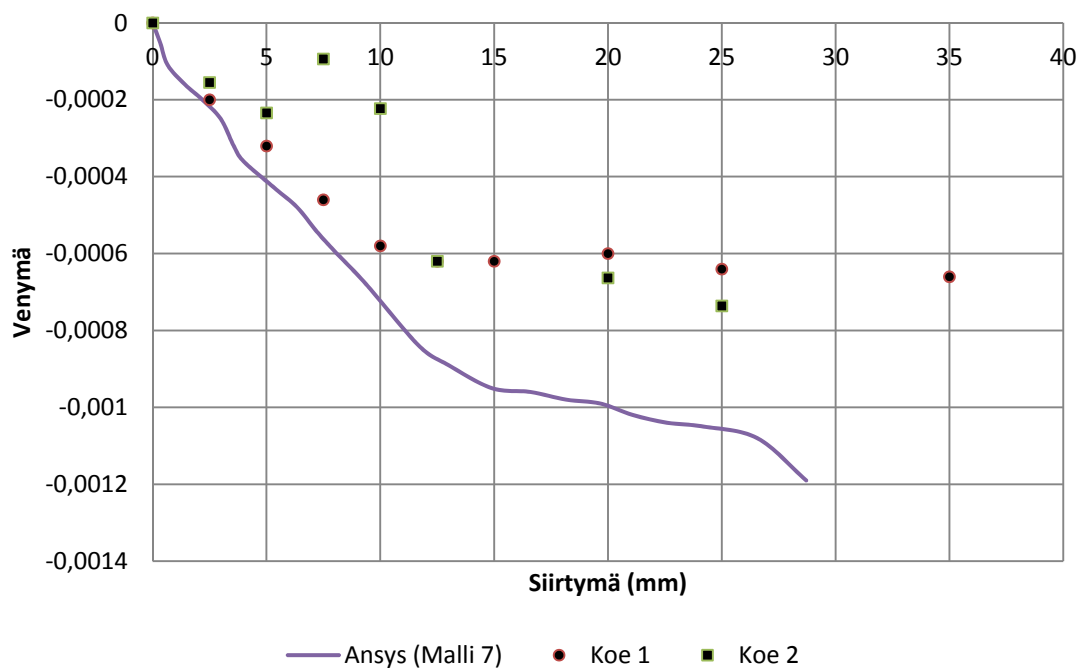
Kuvassa 8.3 betonin puristumat lähtevät merkittävään kasvuun, kun terästen jännitys ylittää myötörajan. Tällöin kuorman kasvattamisen vaatiman lisäkapasiteetin saavuttaminen vaatii huomattavasti suurempia muodonmuutoksia sekä teräksiltä että betonilta. Kuten jo kappaleessa 8.2 todettiin, todellisessa kokeessa teräkset saavuttivat myötörajojensa hieman analyttistä ratkaisua ja Ansyksen ratkaisua aikaisemmin. Betonin teoreettisen murtopuristuman jälkeen on saatu joitain mittauspisteitä, mutta niiden jälkeinen kapasiteetin kasvu ei ole merkittävä. Analyttisen ratkaisun ja Ansyksella lasketun ratkaisun kuvaajat lopetettiin betonin teoreettisen murtopuristuman saavuttamiseen. Betonin muodonmuutokset riippuvat lopulta kuitenkin vain rakenteen taipumisesta, joten esitetään puristuma kuormituspisteen siirtymän funktiona kuvassa 8.4.



**Kuva 8.4** - Kuormituspisteiden välisen alueen yläpinnan betonin puristumat kuormituspisteen siirtymän funktiona.

Kuvia 8.3 ja 8.4 vertailemalla nähdään, että puristumat siirtymän funktiona ovat lähempänä etenkin kokeen 1 tuloksia kuin puristumat kuormituksen funktiona. Tämä johtuu siitä, että koetuloksiin verrattuna myös Ansyksen siirtymä-voimakuvajassa kuvassa 8.1 oli eroa terästen myötämisen jälkeen.

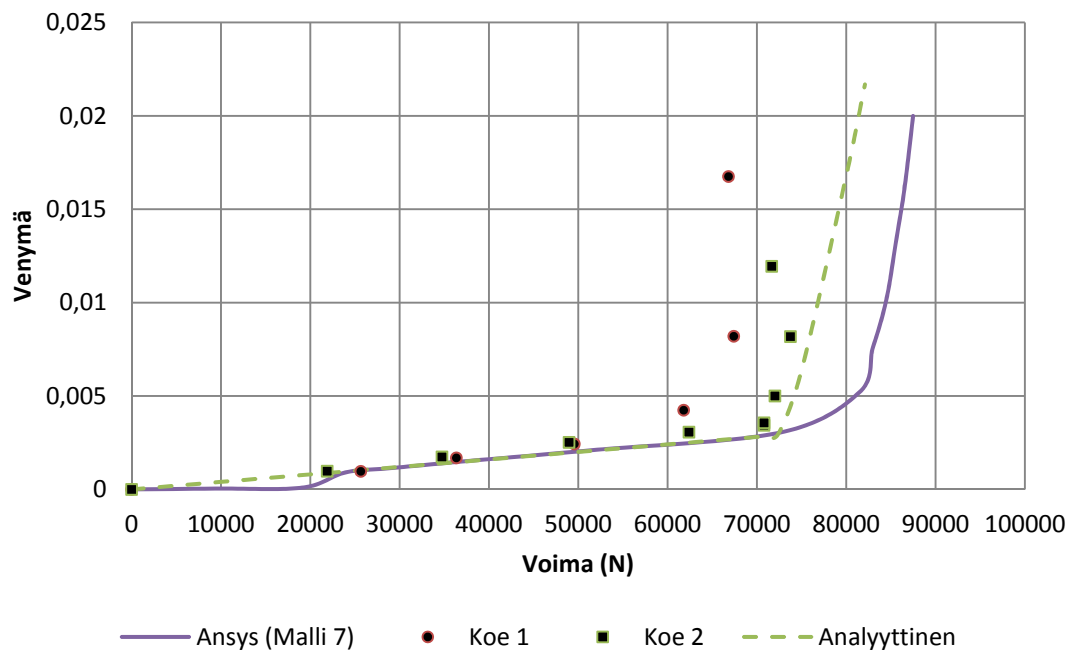
Etäisyydellä 355 mm laatan jänteen puolivälistä mitatut betonin puristumat kuormituspisteen siirtymän funktiona on esitetty kuvassa 8.5.



**Kuva 8.5** – Betonin yläpinnan puristumat 355 mm etäisyydellä laatan puolivälistä kuormituspisteen siirtymän funktiona.

## 8.4 Teräsvenymät

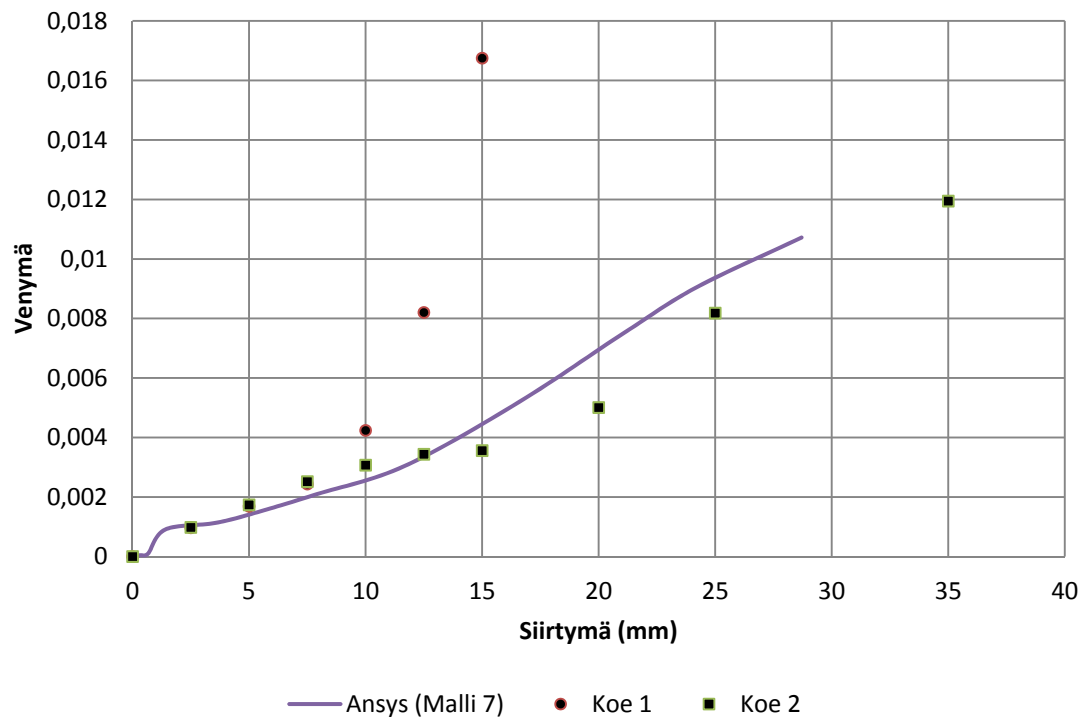
Teräsvenymiä mitattiin laatan kuormituspisteiden puolivälistä sekä neljästä muusta pisteestä, jotka sijaitsivat tasaisin välimatkoin 100 mm etäisyydellä edellisestä kohti laatan päätä. Näin ollen mittauspisteistä kolme sijaitsi kuormituslinjojen välisellä alueella ja kaksi sen ulkopuolella. Kuvassa 4.4 esitetyistä todellisen staattisen taivutuskokeen mittauspisteistä nämä vastasivat venymäliuskoja 1-5. Teoreettisesti kolmella kuormituslinjojen välisellä alueella sijaitsevalla mittauspisteellä pitäisi olla sama poikkileikkauksen taivutusmomentti ja siksi myös yhtä suuret teräsvenymät. Analyytinen ratkaisu kappaaleessa 6.1 antoi teräsvenymät maksimimomentin alueella. Kolmella maksimimomentin alueella sijaitsevalla teräsvenymien mittauspisteellä havaittiin Ansys-laskennassa olevan jonkin verran eroa, joten analyytisen mallin vertailukohdaksi otettiin näiden kolmen pisteen maksimi. Samoin tehtiin todelliselle staattiselle taivutuskokeelle, jossa maksimi oli valittava kolmesta pisteestä myös siitä syystä, että kaikilta mittauspisteiltä ei saatu enää dataa suurilla kuormituksilla. Suurin vallitseva teräsvenymä ulkoisen kuormituksen funktiona on esitetty kuvassa 8.6.



**Kuva 8.6** – Suurin vallitseva teräsvenymä ulkoisen kuormituksen funktiona.

Terästen myötäämisen jälkeen analyytinen ratkaisu ja Ansysin ratkaisu antavat kuvaajalle likimain saman kulmakertoimen kuin koe 2. Suurilla kuormituksilla staattisen taivutuksen koetuloksiin alkaa tulla selvää hajontaa, ja molemmissa tapauksissa tankojen pinnoista mitatut teräsvenymät jopa pienenevät, vaikka kuormitusta lisätään.

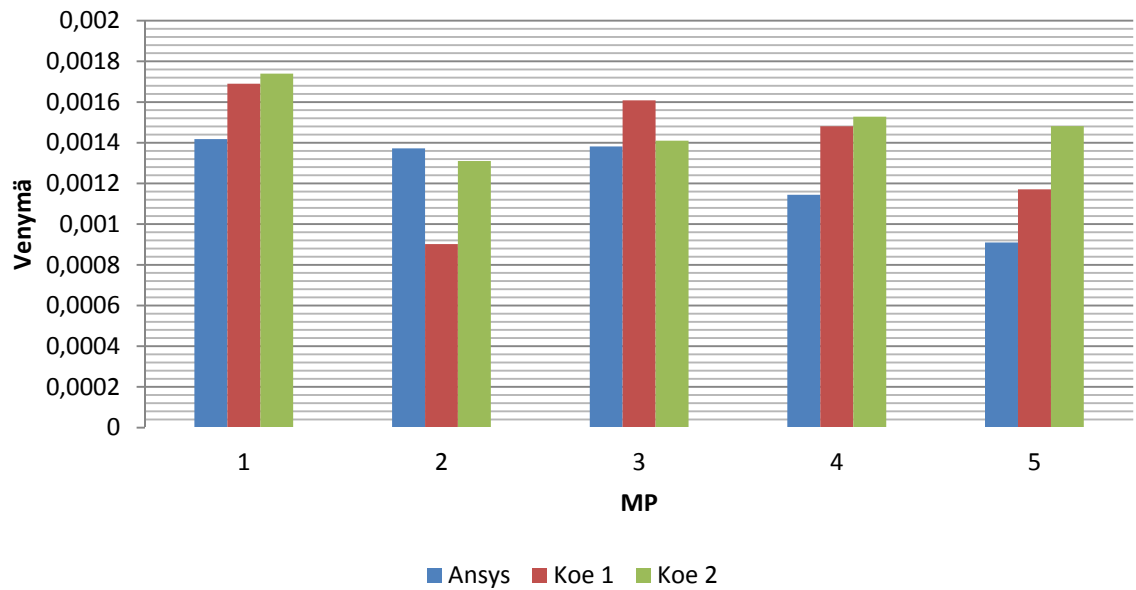
Kuten betonin puristumisissa, myös teräsvenymissä parempia tuloksia saadaan, kun tulokset esitetään kuormituspisteen siirtymän funktiona kuvassa 8.7.



**Kuva 8.7** – Suurin vallitseva teräsvenymä kuormituspisteen siirtymän funktiona.

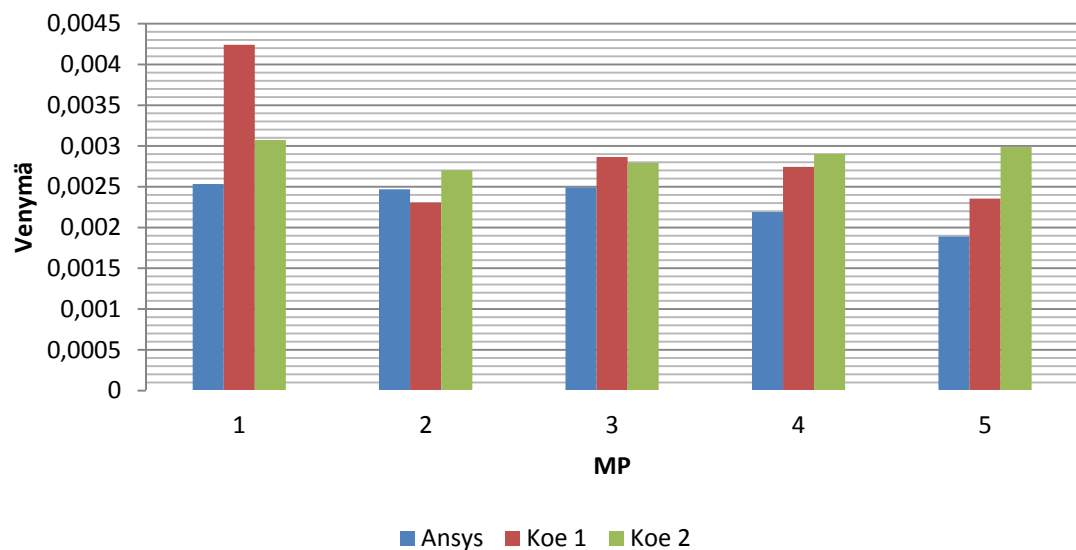
Teräsvenymäkuvaajasta siirtymän funktiona ei erotu terästen myötääminen, koska tietty siirtymä vaatii aina lineaarisesti tietyn muodonmuutoksen poikkileikkaukselta.

Koetulosten kanssa vertailuun voidaan ottaa kuormitusaskeleet, joissa kuormituspisteen siirtymä on yhtä suuri koetulosten kanssa. Teräsvenymiä mitattiin viidessä eri mittauspisteissä, ja näiden pisteiden teräsvenymät kuormituspisteen siirtymän arvolla 5 mm on esitetty kuvassa 8.8.



**Kuva 8.8** – Terävenymät eri mittauspisteissä kuormituspisteen siirtymän arvolla 5 mm.

Vastaavanlainen kuvaaja kuormituspisteen siirtymän arvolla 10 mm on esitetty kuvassa 8.9.



**Kuva 8.9** - Terävenymät eri mittauspisteissä kuormituspisteen siirtymän arvolla 10 mm.

Laskentaohjelma kuvaa teräsvenymiä jokseenkin realistisesti, koska teoreettisen maksimimomentin alueella olevat mittauspisteet 1-3 antavat hyvin lähellä toisiaan olevia arvoja. Kaksi muuta ovat hieman pienempiä.

## 9 LASKENTAOHJELMAN KUVAAMA HALKEILU

### 9.1 Halkeilun syntyminen

Betoni kestää tunnetusti hyvin puristusta, mutta huonosti vetoa. Sen vuoksi teräsbetonirakenteet suunnitellaan kuten tässäkin kokeessa laskettu laatta. Ainakin taivutetun rakenteen vetopuolelle on sijoitettava raudoitus. Ulkoinen kuormitus aiheuttaa tällöin poikkileikkauksen vetopuolelle venymää, ja betonin murtovenymän ylittyessä syntyy halkeama. Tällöin vapautuva jännitys siirtyy teräksille, ja betonin jännitys laskee niin lähelle nollaa, että yleisesti mitoituksessa sitä ei oteta huomioon. Taivutuksen jatkuessa jo syntynyt halkeama etenee, koska venymät kasvavat edelleen, jolloin halkeaman kannalta kriittinen murtovenymä nousee poikkileikkauksessa ylemmäs. Lisäksi yleensä myös halkeaman syntymiseen tarvittava momentti saavutetaan taivutuksen jatkuessa myös laajemmalla alueella jänteen suunnassa. Esimerkiksi tässä kokeessa tehdyssä laskennassa teoreettisesti suurin taivutusmomentti syntyy kuormituspisteiden väliselle alueelle, jonne syntyvät siis myös ensimmäiset halkeamat. Kuormitusta lisättäessä nämä halkeamat etenevät syvemmälle laattaan, ja samalla halkeaman syntymisen kannalta kriittinen taivutusmomentti saavutetaan myös kuormituspisteiden välisen alueen ulkopuolella.

Betonin epähomogeenisesta rakenteesta johtuen, halkeaman syntymisen hetken kuormitus ja halkeaman syntymispaikka ovat aina vaikeasti ennustettavia asioita. Laskentaohjelmat eivät pysty tarkasti kuvaamaan yksittäisiä halkeamia, mutta siinä käytössä oleva vaurioitumisparametri kuvaa koko elementin vaurioituneeksi. Tällöin tämän elementin alueelle syntyisi yksi halkeama.

### 9.2 Vaurioitumisen kuvaaman halkeilun tarkastelu tiheällä elementtiverkolla

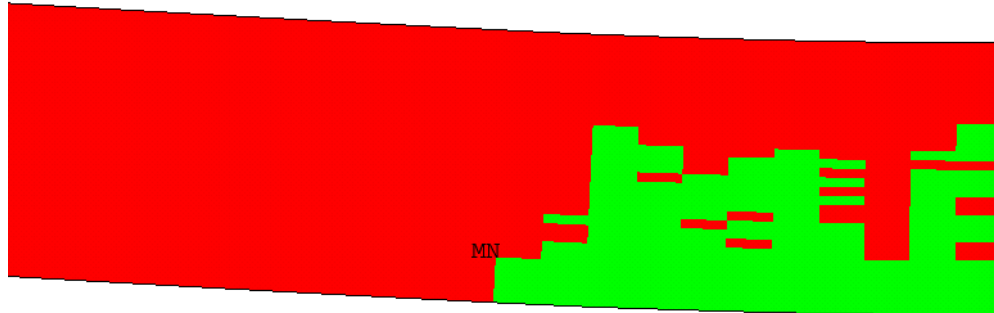
Erityisesti kiinnostava asia on halkeilun eteneminen laatan paksuussuunnassa. Siksi halkeilua tutkitaan ensin taulukon 5.1 mukaisesta elementtiverkosta 3. Siinä raudoitusten välisen raudoittamattoman alueen elementin korkeus oli vain 5 mm, jolloin vaurioituneen alueen korkeus voidaan lukea sillä tarkkuudella.

Kuormitettaessa paksuussuunnassa tiheintä elementtiverkkoa, ensimmäiset halkeamat havaittiin vaurioitumisparametrin avulla kuormituksen ollessa noin 35 100 N. Laatan vaurioituminen on esitetty kuvassa 9.1.



## ELEMENT SOLUTION

STEP=1  
 SUB =20  
 TIME=.375  
 NMIS53 (NOAVG)  
 DMX =3.22104  
 SMN =2  
 SMX =16



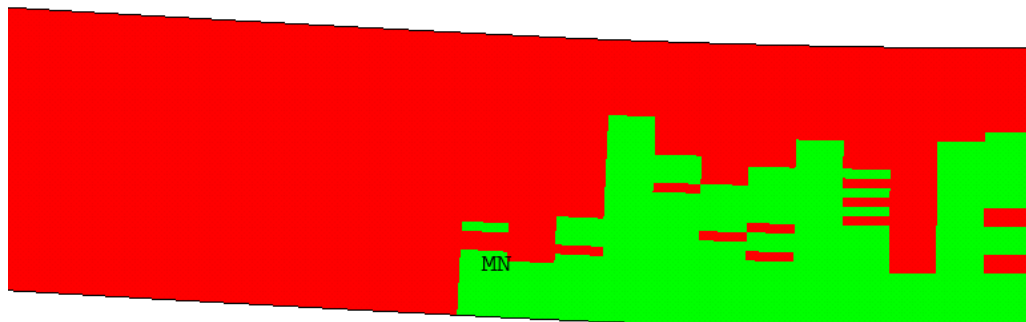
**Kuva 9.1** – Ensimmäisiä syntyneitä halkeamia kuormituslinjojen välisellä alueella. Laatta on kuvattu sivultapäin. Punainen väri kuvaa täysin ehjää elementtiä, vihreä x-suunnassa (laatan jänteen suunta) haljennutta elementtiä.

Kuvassa 9.1 esiintyvä laatan kuormituslinjojen puolivälissä sijaitseva eli kuvassa oikeassa reunassa oleva halkeama on 105 mm korkea. Kolmesta huipusta kaksi muuta ovat 100 mm korkeita. Halkeilua esiintyy laatan jänteen suunnassa 275 mm pituudella. Jänteen suunnassa mittaustarkkuutena on elementin pituus voimaa vastaan kohtisuorassa tasossa, joka tässä mallissa on 25 mm.

Laskentaa jatkettaessa halkeilu eteni. Kuormituksen arvolla 38 800 N halkeillut poikkileikkaus on esitetty kuvassa 9.2.

## ELEMENT SOLUTION

STEP=1  
 SUB =22  
 TIME=.415  
 NMIS53 (NOAVG)  
 DMX =3.85822  
 SMN =2  
 SMX =16



**Kuva 9.2** – Halkeillut profiili kuormituksen arvolla 38 800 N.

Kuvan 9.2 halkeamien maksimeja on nyt neljä. Vasemmalta oikealle lueteltuna niiden korkeudet ovat 50, 110, 110 ja 105 mm. Ne sijaitsevat jänteen suunnassa 300 mm mat-

kalla, eli tässä vaiheessa halkeilu on edennyt kuormituslinjojen välisen alueen ulkopuolelle.

Näin jatkaen halkeamien syntymisen tarkastelua pystyttiin jatkamaan aina laatan murtumiseen asti. Jokaiselta tarkasteltavalta kuormitusaskeleelta tarkasteltiin kuvien 9.1 ja 9.2 kaltaisia vaurioitumisten maksimien lukumäärää, korkeutta ja sijaintia laatan jänteen suunnassa. Tulokset on esitetty taulukossa 9.1.

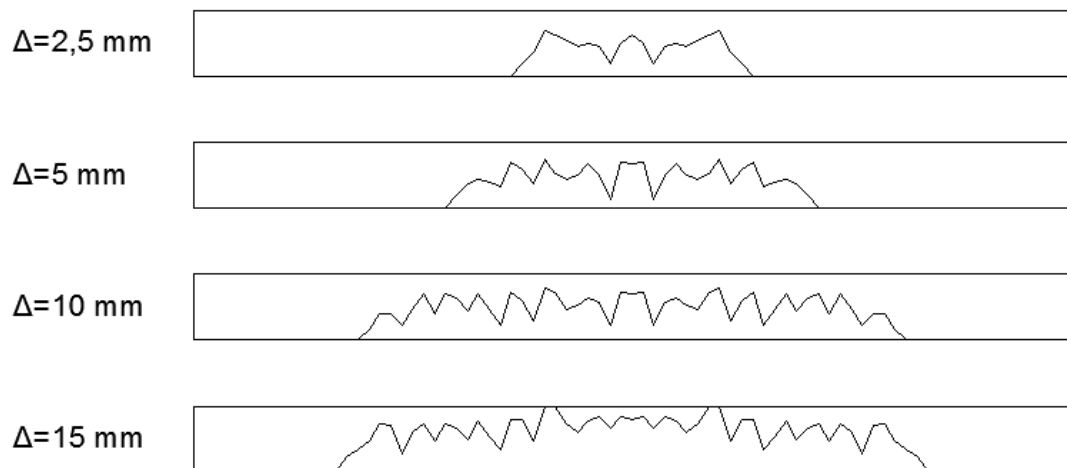
**Taulukko 9.1** – Halkeamasuureet taulukoituna. Suure  $h$  tarkoittaa kunkin halkeaman korkeutta niin, että  $h_1$  on aina lähinnä kuormituslinjojen ja samalla koko laatan jänteen puoliväliä oleva maksimi. Suure  $l_{\text{halke}}$  tarkoittaa sitä pituutta jänteen suunnassa, jolle halkeillut alue on levinnyt.

$F$ (kN)	$h_1$ (mm)	$h_2$ (mm)	$h_3$ (mm)	$h_4$ (mm)	$h_5$ (mm)	$h_6$ (mm)	$h_7$ (mm)	$h_8$ (mm)	$h_9$ (mm)	$l_{\text{halke}}$ (mm)
35,1	105	100	100	-	-	-	-	-	-	275
38,8	105	110	110	50	-	-	-	-	-	300
42,6	105	110	115	75	-	-	-	-	-	350
50,0	110	115	115	115	85	-	-	-	-	425
55,7	110	115	115	115	110	95	-	-	-	525
62,2	110	115	115	115	110	110	75	-	-	525
66,9	115	115	120	115	110	110	110	70	-	625
72,5	120	120	125	120	115	110	110	110	30	675
78,1	125	125	125	125	125	115	110	110	115	700

Taulukosta 9.1 havaitaan muutama asia. Uusia halkeamia ei syntynyt jo syntyneiden halkeamien väliin, vaan ne syntyivät aina jo halkeilleen alueen ulkopuolelle. Näin ollen taulukoinnissa pätee, että  $h_i$  kuvaa jokaisella kuormitushetkellä tosiasiaa samaa halkeamaa. Näin käy myös todellisuudessa, sillä halkeamien välisellä alueella ei vetojännitys enää voi uudestaan kasvaa. Tarkastelemalla taulukkoa 9.1 sarakkeittain nähdään, että halkeamien korkeus kasvaa nopeasti arvoon 110–115 mm. Yleisesti voidaan kuitenkin todeta, että uutta halkeamaa ei synny ennen kuin edellinen halkeama on saavuttanut korkeuden 110 mm.

Laatan alapinnasta raudoittamattomien elementtien yläpintaan on matkaa 125 mm, joten kaksi viimeistä raudoittamatonta elementtiä eivät halkea helposti, mikä johtuu yläpinnan raudoitusten läheisestä sijainnista. Sen sijaan jännitykset jakaantuvat niin, että jonkin matkan päähän edellisestä 110 mm korkuisesta halkeamasta syntyy uusi halkeama. Samanaikaisesti kun lähes jokainen halkeama saavuttaa yläpinnan raudoitettua elementtikerroksen, laatta myös pettää.

Havainnollistetaan laatan halkeilua piirtämällä halkeillut alue oikeassa mittakaavassa laatan profiiliin. Suoritetaan se tietyillä kuormitusaskelilla, joiden kuormituspisteiden siirtymät vastaavat likimain kokeellisesti mitattuja siirtymiä. Kuvia profiileista on esitetty kuvassa 9.3.

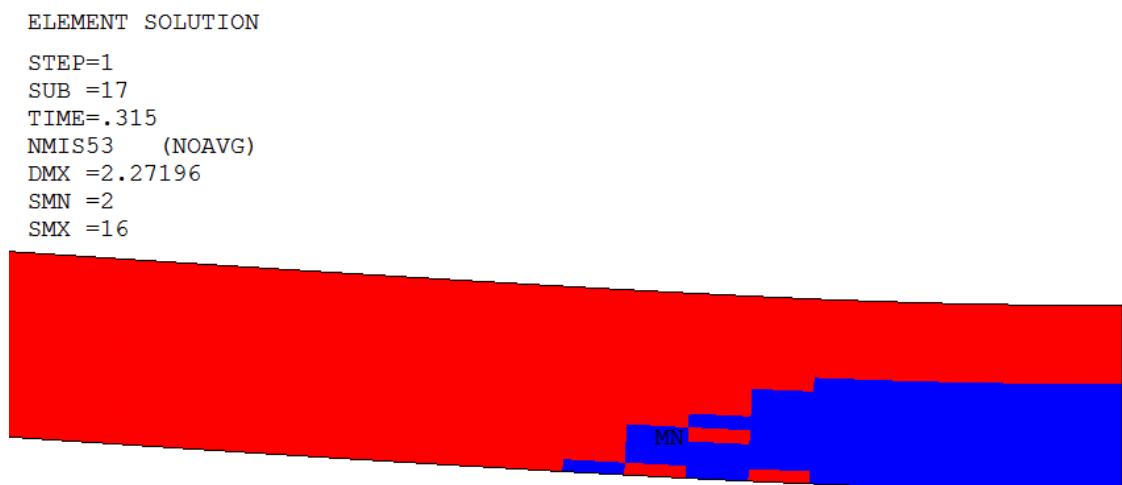


**Kuva 9.3** – Halkeilleen alueen ääriiviivat eri kuormituspisteiden siirtymien arvoilla. Mittausvälinä on yhden elementin pituus laatan jänteen suunnassa eli 25 mm.

### 9.3 Halkeilun vertailu staattiseen taivutuskokeeseen

Halkeilua kuvaavaa elementtien vaurioitumista voidaan tarkastella myös täysin staattista taivutuskoeita vastanneesta mallista 7, mutta tällöin tulosten lukemisen tarkkuus ei ole yhtä hyvä kuin kappaleessa 9.2 tiheimmän verkon mallille. Raudoitusten välissä raudtoittamattomana kuvatussa 90 mm korkeassa alueessa on kahdeksan elementtiä. Tällöin halkeamakorkeuden tarkastelu onnistuu 11,25 mm askelilla. Aivan laatan alapinnassa korkeudeksi tulee alimman raudtoittamattoman alueen korkeus 10 mm ja raudoitettuna kuvatun alueen korkeus 20 mm. Elementin pituus laatan jänteen suunnassa on 50 mm, joten myöskään tässä suunnassa mittauspisteitä ei saada niin paljon kuin mallilta 3. Mitataustarkkuus yksittäisille halkeamille ei tällöin ole yhtä hyvä.

Mallin 7 betonilla on alhainen vetolujuus (2,71 MPa) verrattuna aiemmin tarkasteltuun malliin 3 (5,16 MPa), joten halkeamat syntyvät siihen huomattavasti aikaisemmin. Esimerkiksi kuormituksen arvolla 25 600 N halkeillut profiili on esitetty kuvassa 9.4.

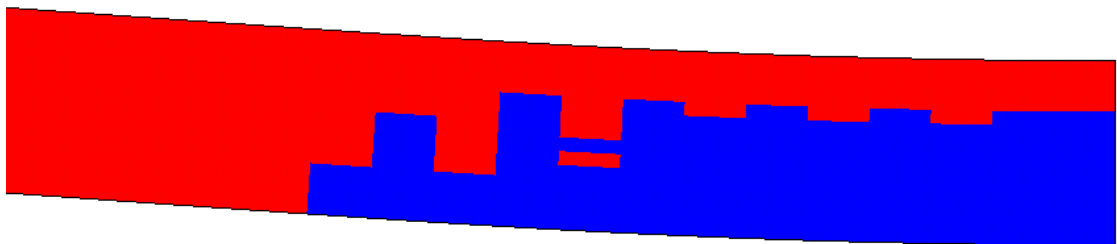


**Kuva 9.4** – Halkeillut profiili kuormituksen arvolla 25 600 N.

Kuvassa 9.4 sininen väri kuvaa laatan jänteen suunnassa haljennutta elementtiä. Näin pienillä kuormitusten arvolla yksittäiset halkeamat eivät vielä tule näkyviin, koska niiden huiput eivät merkittävästi poikkea yleisesti maksimimomentin alueella vallitsevan vaurioitumisen korkeudesta. Tilanne muuttuu, kun kuormitusta kasvatetaan ja yksittäiset halkeamat kasvavat suhteessa suuremmiksi. Esimerkiksi kuormituksen arvolla 40 200 N halkeamat on esitetty kuvassa 9.5.

#### ELEMENT SOLUTION

```
STEP=1
SUB  =26
TIME=.495
NMIS53 (NOAVG)
DMX  =6.22786
SMN  =1
SMX  =16
```



**Kuva 9.5** – Halkeillut profiili kuormituksen arvolla 40 200 N.

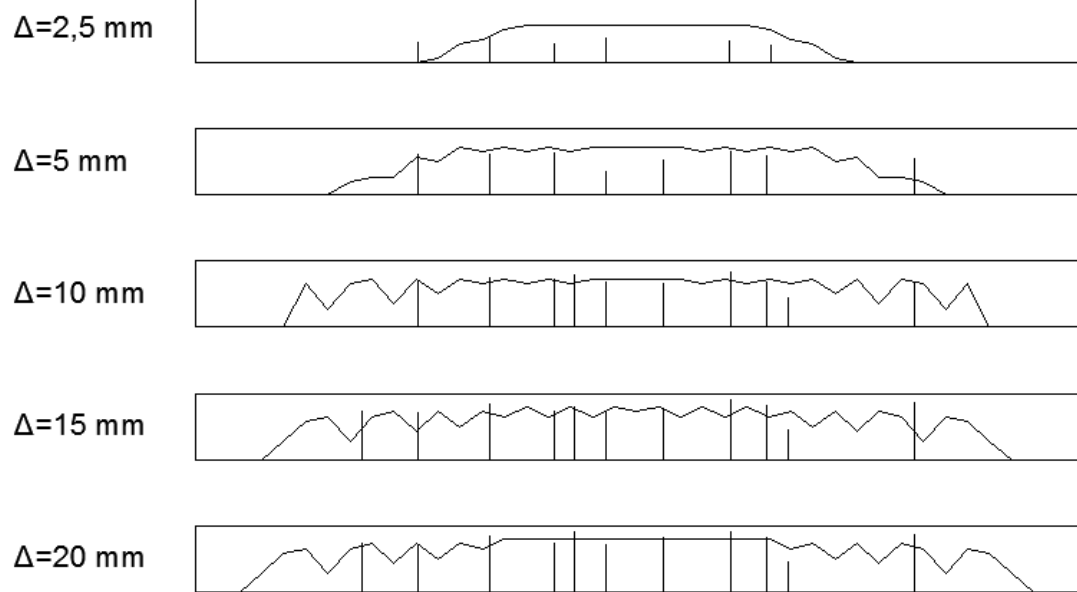
Kuvasta 9.5 havaitaan korkeampia huippuja, jotka kuvaavat vaurioitumisen keskittymistä pituussuunnassa yhteen elementtiin. Tarkastelemalla näitä huippuja voidaan esittää vaurioitumisen avulla kuvattavissa olevat halkeamat ja niiden korkeudet taulukossa 9.2. Yksittäisiä halkeamia etsittäessä voidaan todeta, että esimerkiksi kuvan 9.4 mukaisessa tilanteessa syntyneitä halkeamia on jo kolme, mikä ilmenee tarkastelemalla kuvaa 9.5, jossa ne ovat edenneet pidemmälle. Tämän toteamiseksi tarvitaan kappaleessa 9.2 saatua tietoa, jonka mukaan uusia halkeamia ei synny enää jo syntyneiden halkeamien väliselle alueelle.

**Taulukko 9.2** - Halkeamasuureet taulukoituna. Suure  $h$  tarkoittaa kunkin halkeaman korkeutta niin, että  $h_1$  on aina lähinnä kuormituslinjojen ja samalla koko laatan jänteen puoliväliä oleva maksimi. Suure  $l_{\text{halke}}$  tarkoittaa sitä pituutta jänteen suunnassa, jolle halkeillut alue on levinnyt.

$F$ (kN)	$h_1$ (mm)	$h_2$ (mm)	$h_3$ (mm)	$h_4$ (mm)	$h_5$ (mm)	$h_6$ (mm)	$h_7$ (mm)	$h_8$ (mm)	$l_{\text{halke}}$ (mm)
20,7	10	10	-	-	-	-	-	-	250
25,6	86	86	86	-	-	-	-	-	450
30,5	109	109	109	98	-	-	-	-	550
33,7	109	109	109	109	75	10	-	-	650
36,9	109	109	109	109	98	53	-	-	650
40,2	109	109	109	109	109	86	-	-	650
46,7	109	109	109	109	109	109	-	-	650
54,8	109	109	109	109	109	109	41	-	750
61,3	109	109	109	109	109	109	86	-	750
71,0	109	109	109	109	109	109	98	-	750
75,9	109	109	109	109	109	109	98	64	850
81,2	120	120	120	109	109	109	98	86	850
82,5	120	120	120	120	109	109	98	86	850
84,4	140	140	140	120	109	109	98	86	850

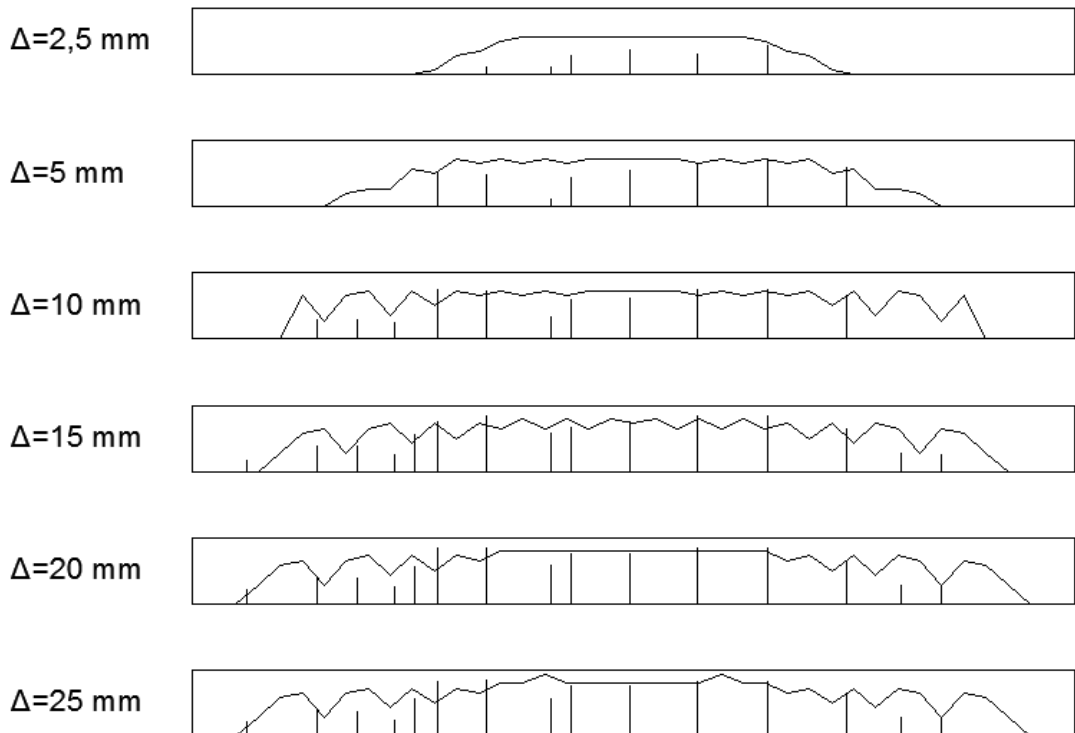
Taulukon 9.2 arvoja tarkastelemalla voidaan todeta samat asiat halkeamien syntymisen ja etenemisen kannalta kuin tiheämmälle verkolle kappaleessa 9.2. Todettakoon, että aivan viimeisillä mitatuilla kuormitusaskelilla, joilla betonin puristusjännitys ei vielä ollut ylittänyt puristuslujuutta, on jo yläpinnan raudoitettu betonikerros laskennan mukaan haljennut. Tämä voi johtua joko elementtiverkon tiheyden riittämättömyydestä tai mallin toimimisesta jonkinlaisena köysirakenteena. Suurta merkitystä tulosten kannalta tällä ei kuitenkaan ole, koska tämän alueen tuoma kapasiteettilisä on hyvin pieni.

Halkeilleet alueet voidaan esittää kuvaamalla ne laatan profiiliin. Esitetään samassa kuvassa myös staattisesta taivutuskokeesta mitattuja halkeamia. Tulokset kokeesta 1 on esitetty kuvassa 9.6.



**Kuva 9.6** – Halkeilua. Laskentaohjelman kuvaama vaurioitunut alue laatan alapinnassa on kuvattu jatkuvalla viivalla. Pystyviivat kuvaavat staattisen taivutuksen kokeen 1 yksittäisiä halkemia.

Vastaavasti voidaan esittää kokeen 2 tulokset yhdessä laskentaohjelman tulosten kanssa kuvassa 9.7.

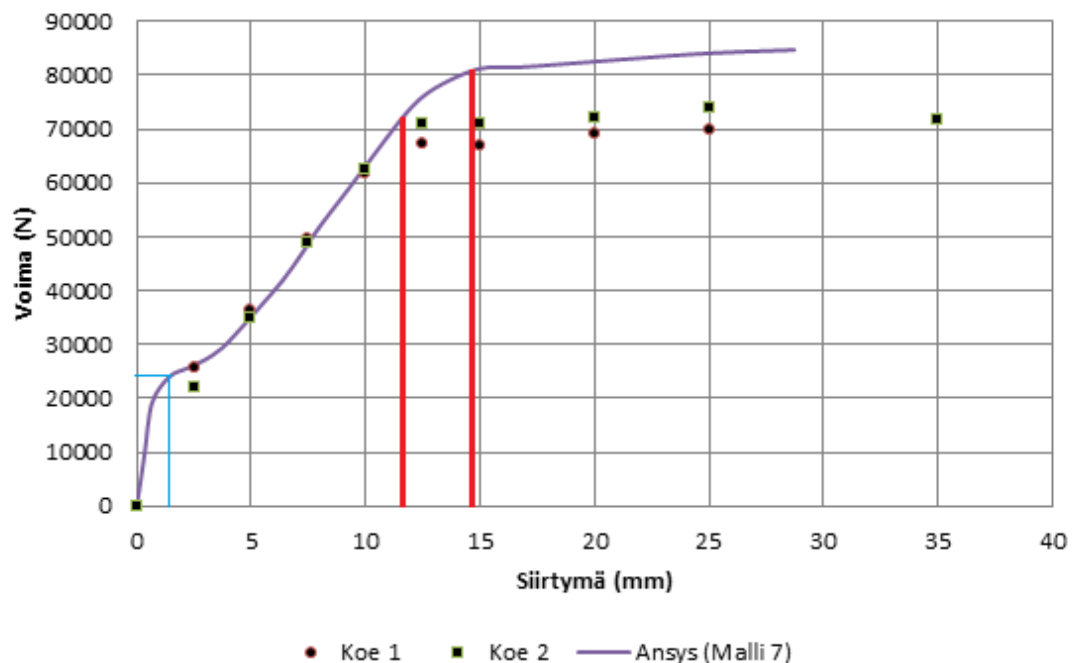


**Kuva 9.7** – Laskentaohjelman kuvaaman halkeilun vertailu kokeen 2 yksittäisiin halkeamiin.

## 10 JOHTOPÄÄTÖKSET

### 10.1 Siirtymät

Kuvassa 10.1 on esitetty laskentaohjelmalla saadut siirtymät ja niitä vastaavat tarvittavat voimat. Kuvassa on esitetty myös yksittäiset mittauspisteet todellisesta staattisesta taivutuskokeesta. Kuvaan on lisätty viivoja kuvaamaan ilmiöitä laatussa.



**Kuva 10.1** – Ansyksella laskettu siirtymä-voimakuvaja. Vertailukohtana kokeellisen staattisen taivutuskokeen tulokset. Ohut sininen viiva kuvaa Ansys-mallin ensimmäisen halkeaman syntymistä kuormituspisteen siirtymän ollessa noin 2 mm. Paksumpi punainen viiva siirtymän ollessa noin 12 mm kuvaa terästen myötörajan ylittymistä ensimmäisessä mittauspisteessä. Jälkimmäinen paksumpi punainen viiva kuvaa sitä, kun terästen myötöraja on ylittynyt koko teoreettisen maksimimomentin alueella.

Kuvasta 10.1 nähdään, että terästen myötäämiseen asti Ansys kuvaa taivutusta lähes identtisesti koetulosten kanssa. Teräkset myötäävät Ansyksessa hieman todellista tapusta suuremmalla kuormituksella. Ero kokonaiskuormituksessa on noin 5 kN, joka on noin 7 % todellisen kokeen myötökapasiteetista. Kuten kappaleessa 8.3 todettiin, poikileikkauksen muodonmuutokset riippuvat lopulta eniten siirtymistä, ei niinkään kuormituksesta. Terästen myötöraja ylittyy sekä Ansys-laskennassa että todellisuudessa kuormituspisteen siirtymän ollessa noin 12 mm. Ansyksessa myötöraja ylittyi ensin

yhdessä mittauspisteessä, ja myötöalue levisi koko vallitsevan maksimimomentin alueelle siirtymän kasvaessa arvoon 15 mm. Ilmiö havaitaan esimerkiksi taulukosta 8.1, jossa kuormitustason ollessa noin 72 kN ei koko teoreettisen maksimimomentin alueella ole vielä myötövenymän suuruisia muodonmuutoksia. Kuvasta 10.1 havaitaan, että tässä vaiheessa laatan kuormituspisteen siirtymä oli noin 12 mm. Kuormitustason ollessa noin 77 kN ovat kaikki maksimimomentin alueen mittauspisteet ylittäneet myötövenymän, jolloin kuormituspisteen siirtymä alkaa lähestyä arvoa 15 mm. Tämän jälkeen koko teräsalue sai plastisia muodonmuutoksia, mistä johtuvat lopun suuret siirtymät ja enää vähäinen kuormittavan voiman nousu ennen laatan murtumista.

On selvää, että betonin käyttäytyminen todellisuudessa on aina jonkinlainen satunnaismuuttuja, ja sen materiaaliarvot etenkin lujuuden osalta noudattavat aina suhteellisen laajaa jakaumaa. Näin ollen todennäköisesti halkeamia on syntynyt todellisessa kokeessa laskentamallia enemmän, mikä saa aikaan teräksille suuremmat venymät ja jännitykset ja tätä kautta myötäämisen pienemmällä kuormituksella. Myös betoniin laskentamallissa asetettu halkeamien jälkeen lineaarisesti laskeva jännitys saa aikaan sen, että laskentaohjelmassa betonilla voi tällöin olla halkeaman jälkeen todellisuutta enemmän vetokapasiteettia, mikä edesauttaa samaa ilmiötä. Kuvaan 10.1 merkityn ensimmäisen halkeaman syntymisen jälkeen siirtymät kasvavat Ansys-mallissa jonkin aikaa huomattavan nopeasti, kunnes kuvaaja muuttuu jälleen lineaarisesti. Tuolla alueella halkeamia syntyy erityisen paljon, jolloin laatan taivutusvastus pienenee suhteellisen nopeasti laajalla alueella. Tämä havaitaan esimerkiksi kuvista 9.6 ja 9.7, joissa teoreettisen maksimimomentin alueen halkeamat saavuttavat lähes laatan yläpinnan raudoituksen tason siirtymän kasvaessa arvosta 2,5 mm arvoon 5 mm. Tämän vaiheen jälkeen kuvaaja on lineaarinen, koska kuormitus menee lähes suoraan lineaarisesti käyttäytyvien terästen vetojännitykseksi. Tällä alueella em. kuvien halkeillut alue kasvaa hyvin maltillisesti. Todellisen kokeen mittauspisteissä halkeilun aiheuttama epälineaarisuus ei näy, koska ne ovat vain yksittäisiä mittauspisteitä.

Terästen jännitys-venymäkäyttäytyminen ei todellisuudessa ole ideaalisesti bilineaarinen, vaan myötöhetkellä ja mahdollisesti jo ennen sitä venymät lähteävät kasvamaan nopeammin. Vakiomomentin alueella teräkset lähtevät myötäämään teoriassa heikoimmasta kohdastaan, joka voi olla hieman mitattua arvoa alhaisempi. Terästen mitattujen materiaaliarvojen hajonta on kuitenkin huomattavasti betonia pienempi. Mikäli teräksissä kuitenkin sattuu olemaan jonkin verran heikompi kohta maksimimomentin alueella, saattaa se aiheuttaa terästen aikaisemman myötäämisen.

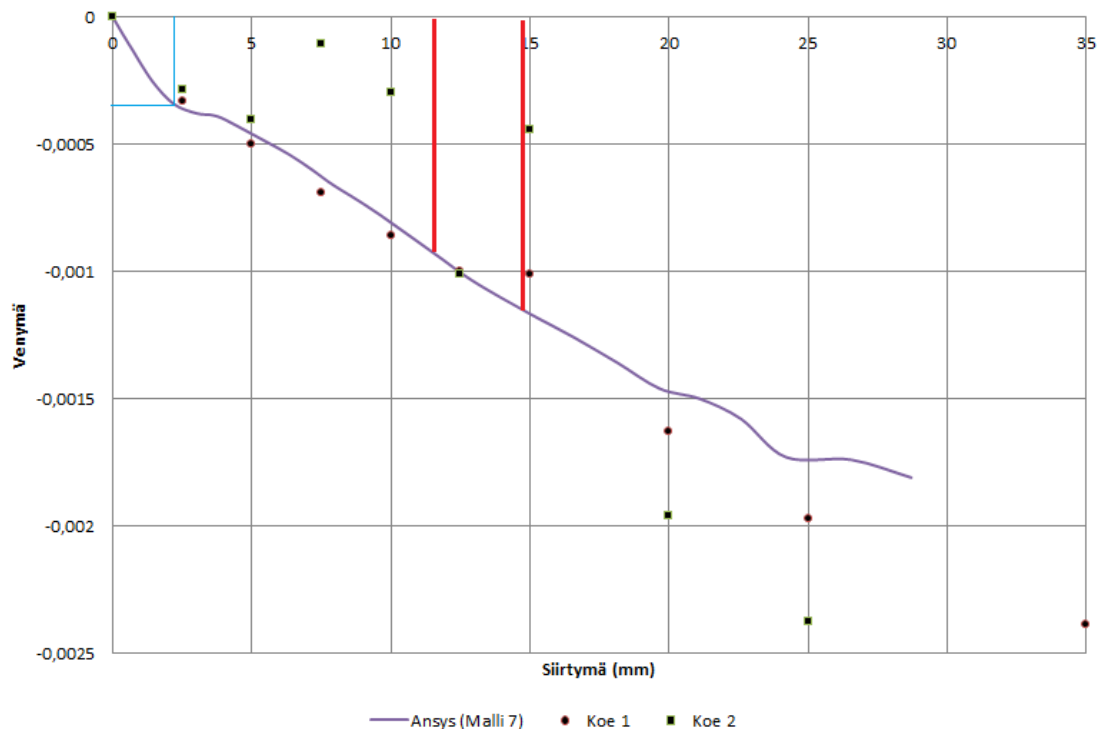
Laatan kokeellinen maksimikapasiteetti oli todellisessa kokeessa noin 75 kN, joka saavutettiin kuormituspisteen siirtymän arvolla 25 mm kokeessa 2. Tämän jälkeen laatta painui vielä näennäisesti ehjänä rakenteena, mutta ei enää vastaanottanut lisäkuormitusta. Laskentaohjelmasta saatiin mittaustuloksia vielä kuormituksen ollessa noin 85 kN ja kuormituspisteen siirtymän noin 28 mm. Tässäkin tapauksessa maksimisiirtymät ovat hyvin lähellä toisiaan. Maksimikapasiteetti Ansys-laskennassa on noin 13 % todellisuutta suurempi. Myös tässä ero selittyy betonin epähomogeenisella rakenteella. Yläpinnan betoni on viety aivan puristuskapasiteettinsa äärirajoille. Todellisuudessa jonkinlaisia



epälineaarisia muodonmuutoskäyttäytymisiä ilmenee myös betonilla, mutta niitä ei laskentaohjelman malliin asetettu. Lopullisen kapasiteetin kannalta betonin plastisilla muodonmuutoksilla ei kuitenkaan ole merkitystä, koska sekä laatan veto- että puristuspuolen ollessa plastisella alueella muodonmuutokset kasvavat erittäin nopeasti saaden aikaan rakenteen pettämisen lähes välittömästi.

## 10.2 Betonin puristumat

Laatassa esiintyvien muodonmuutosten, eli taivutetun rakenteen tapauksessa yläpinnan betonin puristumien ja alapinnan terästen venymien osalta todettiin, että tulokset riippuvat pitkälti siirtymistä. Materiaaliominaisuuksista riippuen laskentaohjelman mallilla ja todellisella kokeella todettiin olevan jonkin verran eroavaisuuksia voiman ja siirtymän välisessä riippuvuudessa. Vertaamalla laskennallisia muodonmuutoksia kumpaankin näihin todettiin, että ne olivat lähes poikkeuksetta lähempänä koetuloksia, kun kriteerinä pidettiin samaa siirtymän arvoa eikä kuormitusta. Kuvassa 10.2 on esitetty yläpinnan betonin puristuma kuormituslinjojen välissä. Kuvaan on merkitty myös ensimmäisen halkeaman syntyminen ja terästen myötörajan ylittyminen samoin symbolein kuin kuvassa 10.1.

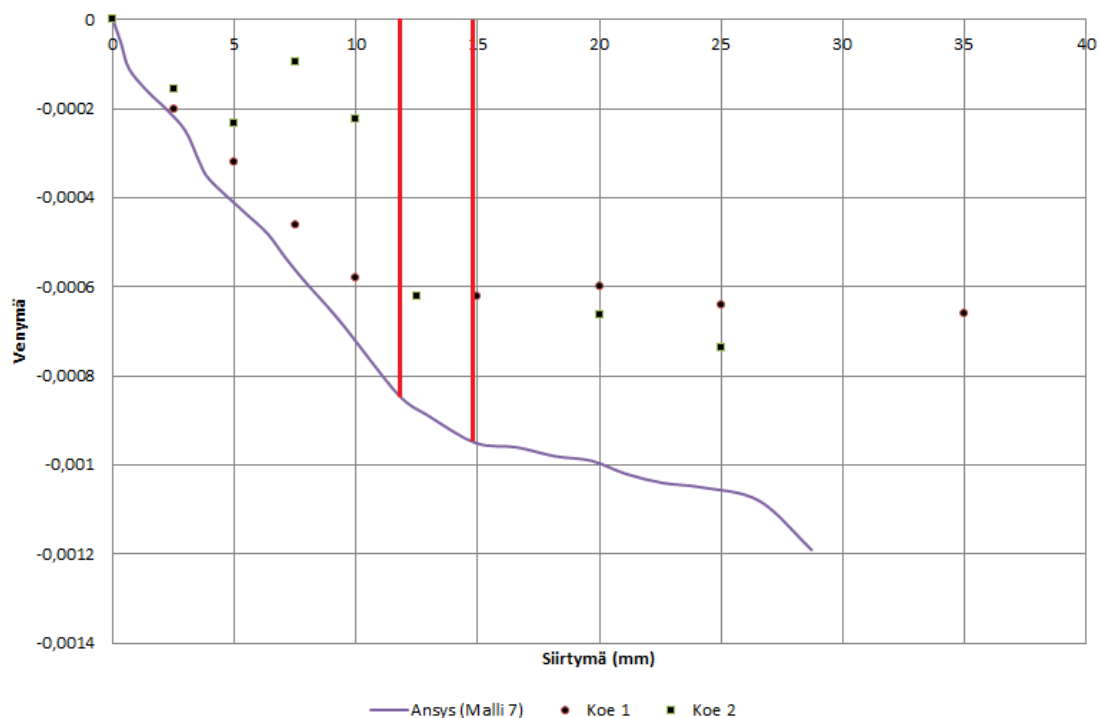


**Kuva 10.2** – Betonin puristuma siirtymän funktiona. Ohut sininen viiva kuvaa Ansys-mallin ensimmäisen halkeaman syntymistä, paksumpien punaisten viivojen välisellä alueella terästen myötöraja ylittyi.

kittävän redusoitumisen. Tämä saa aikaan äkillisen siirtymien kasvun. Vetojännitysten äkillisenkään siirtyminen betonilta teräksille ei kuitenkaan muuta vetoresultantin suuruutta. Näin ollen myöskään puristusresultantti ei voi muuttua. Halkeilu ei luonnollises-

tikaan yllä puristuspuolelle asti, joten tehollinen puristuspinta-ala pysyy vakiona. Näin ollen ensimmäisten halkeamien syntyminen ei muuta juurikaan suurinta vallitsevaa betonin puristumaa.

Terästen myötörajan ylittyminen aiheuttaa merkittävän muutoksen voima-siirtymäkuvaajan kulmakertoimessa samoin kuin voiman ja betonin puristuman välisessä kuvaajassa. Kuten edellä todettiin, muodonmuutokset riippuvat lopulta vain siirtymistä, joten terästen myötörajan ylittyminen ei näy betonin puristuman ja rakenteen siirtymän välisessä riippuvuudessa mitenkään. Betoni pysyy lineaarisella alueella, eikä sen siirtymäkuvaaja ota kantaa siihen, kuinka suurella voimalla kyseinen tilanne on saavutettu. Sen sijaan terästen myötääminen havaitaan, kun tarkastellaan betonin puristumaa teoreettisen maksimimomentin ulkopuolisella alueella. Terästen myötörajan ylittyminen on esitetty samassa kuvassa 355 mm etäisyydellä laatan jänteen puolivälistä olevan betonin puristuman kanssa kuvassa 10.3.



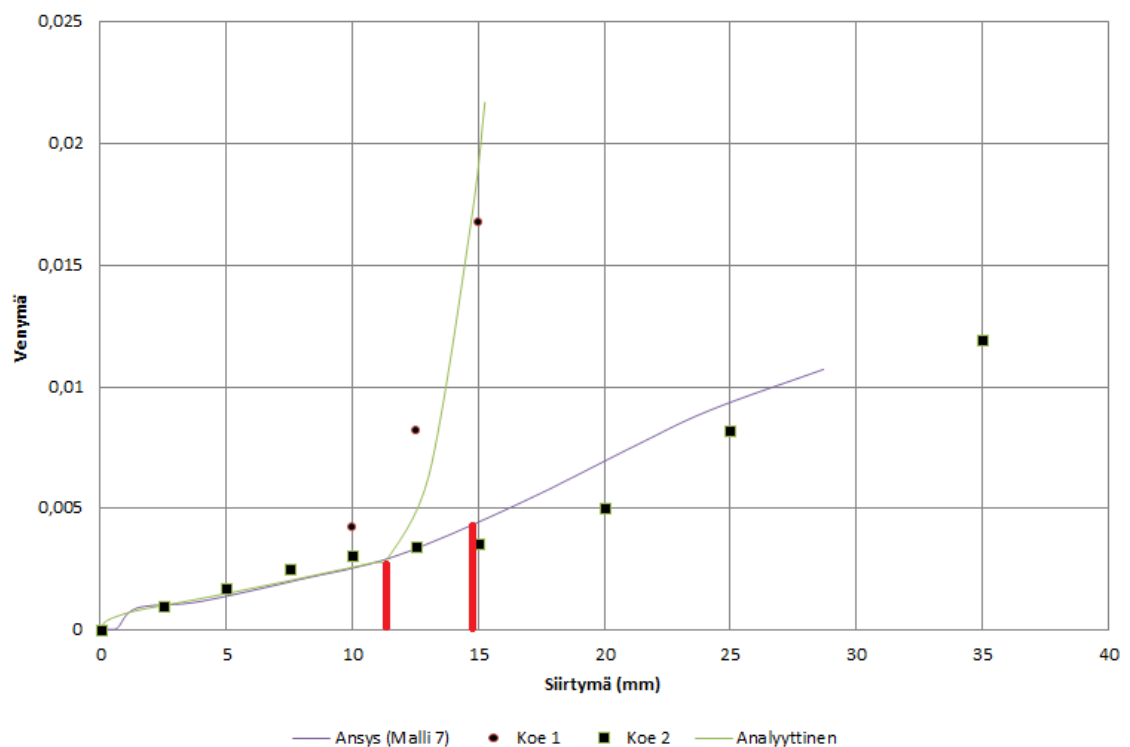
**Kuva 10.3** – Betonin puristuma 355 mm etäisyydellä laatan puolivälistä kuormituspiirteen siirtymän funktiona. Punaisten pystyviivojen välisellä alueella terästen myötöraja ylittyi.

tämään todellista taivutuskoetta tehokkaammin hyödyksi laatan puristuskapasiteettia myös muualla kuin taivutusmomentin maksimin alueella. Todellisessa staattisessa taivutuskokeessa terästen myötörajan ylittyessä myötöalueelle syntyy plastinen nivel, eikä sen ulkopuolisella alueella tapahtunut enää merkittävää muodonmuutosten kasvua. Myös laskennan tuloksena saadusta puristumakuvaajasta voidaan plastisen nivelen syntyminen havaita, kun kaikki teoreettisen maksimimomentin alueella olevat teräkset ylittivät myötörajansa, mikä saavutettiin noin 15 mm siirtymällä. Ansysen laskentamalli

pystyy kuitenkin tämänkin jälkeen vastaanottamaan vielä jonkin verran kuormitusta myös plastisen nivelen ulkopuolella.

### 10.3 Teräkset

Myös teräsvenymien osalta erot voima-siirtymäkuvaajissa aiheuttavat eroja laskentaohjelmalla ja koetuloksista saatuihin terästen ominaisuuksiin voiman funktiona. Tämä ilmenee etenkin terästen plastisella alueella, koska alhaisemmalla voimalla saavutetun terästen myötörajan lisäksi kokeellisesti mitattujen terästen venymät myös kasvavat huomattavasti laskentaohjelmalla saatuja tuloksia nopeammin. Kuvassa 10.4 on esitetty teräsvenymät kokeista, laskentatuloksista ja analyyttisestä laskennasta siirtymän funktiona. Koetulosten ja laskentatulosten siirtymät ovat kuormituspisteen siirtymiä, analyyttisen laskennan siirtymät laatan maksimisiirtymiä. Ne olivat kuitenkin hyvin lähellä toisiaan.



**Kuva 10.4** – Teräsvenymät siirtymien funktiona. Terästen myötörajan ylittymisen väli on kuvattu punaisilla pystyviivoilla.

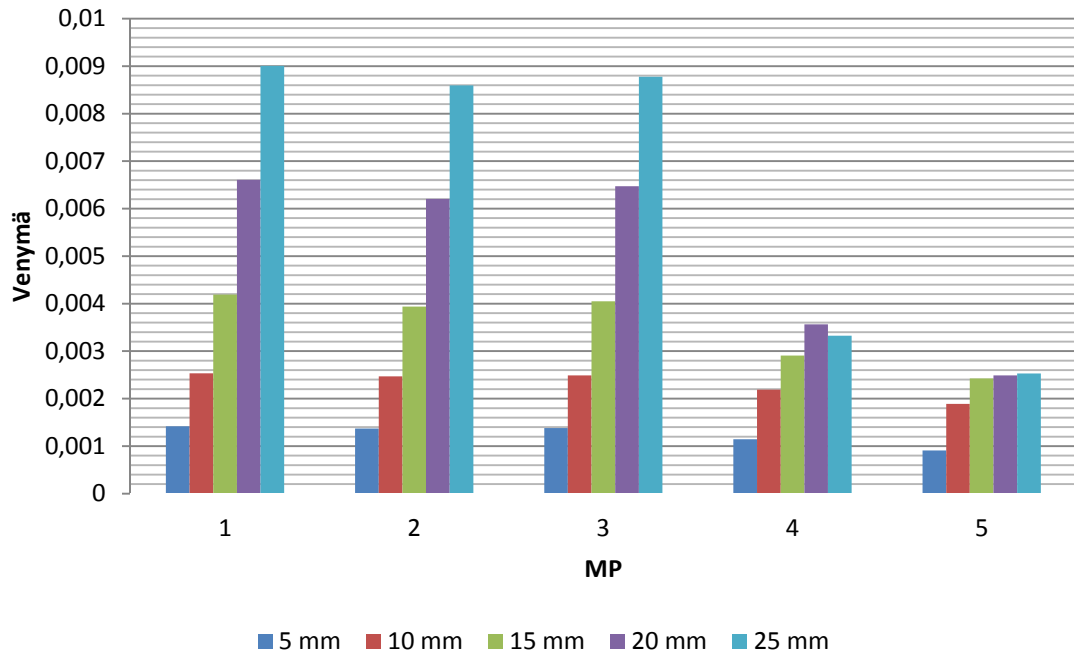
Laskentaohjelman tuloksissa terästen myötörajan ylittyminen ei näy siirtymän funktiona, mutta muuten se kuvaa venymiä erittäin hyvin verrattuna esimerkiksi kokeeseen 2. Analyyttisessä laskennassa myötörajan ylittymisen kohdalla suoritettu laskentakaavojen vaihto muuttaa kuvaajan kulmakerrointa jyrkästi, ja myötörajan ylittyminen näkyy. Sillä hetkellä vallitseva siirtymä vastaa erittäin hyvin myös muiden tulosten myötörajan ylittymisen siirtymää, mikä ilmenee esimerkiksi kuvasta 10.1, jossa voima-siirtymäkuvaajissa on selvä kulmakertoimen muutos.

Ansyksella laskettu teräsvenymä ei kuitenkaan ollut vakio mittauspisteissä edes teoreettisen maksimimomentin alueella. Teräsvenymät kaikissa viidessä mittauspisteissä eri kuormitusaskelilla on esitetty taulukossa 10.1.

**Taulukko 10.1** – *Teräsvenymät eri kuormitusaskelilla. MP viittaa numeroituun mittauspisteeseen, sulkeissa oleva luku tarkoittaa etäisyyttä laatan jänteen puolivälistä. Tähdellä (\*) merkityt mittauspisteet sijaitsevat teoreettisen maksimimomentin alueella kuormituslinjojen välisellä alueella. Suurin venymä kuormitusaskelittain on alleviivattu. Myötörajan ylittäneet arvot on lihavoitu.*

<i>F</i> (kN)	Kuormituspisteen siirtymä (mm)	MP1 (0)*	MP2 (100)*	MP3 (200)*	MP4 (300)	MP5 (400)
24,0	1,41	0,00033	0,00032	<u>0,00038</u>	0,00022	0,00010
28,8	3,56	<u>0,00113</u>	0,00110	0,00107	0,00076	0,00043
36,9	5,36	<u>0,00149</u>	0,00144	0,00146	0,00124	0,00103
51,6	7,93	<u>0,00210</u>	0,00203	0,00205	0,00175	0,00155
72,7	11,7	<b><u>0,00305</u></b>	0,00289	<b>0,00293</b>	0,00255	0,00217
81,5	16,6	<b><u>0,00520</u></b>	<b>0,00490</b>	<b>0,00507</b>	<b>0,00305</b>	0,00246
84,7	28,71	<b>0,01052</b>	<b><u>0,01072</u></b>	<b>0,01024</b>	<b>0,00354</b>	0,00255

Teräsvenymissä oli siis jonkin verran eroja riippuen mittauspisteistä myös vakiomomentin alueella. Mikään mittauspiste ei kuitenkaan ole jokaisella kuormitusaskeleella muita arvoja suurempi, vaan arvot kasvoivat toistensa ohi vuorotellen. Näin tapahtuisi myös todellisuudessa, koska terästen jännitys ja siis myös venymä ovat suurimmillaan betoniin syntyvän halkeaman kohdalla ja pienimmillään kahden halkeaman välissä. Taulukko 10.1 osoittaa laskentaohjelman terästen myötäämisen välin. Kaikkien teoreettisen maksimimomentin alueella olevien mittauspisteiden venymät eivät ole ylittäneet myötövenymää siirtymän ollessa 11,7 mm. Siirtymän kasvaessa arvoon 16,6 mm on jo yksi teoreettisen maksimimomenttialueen ulkopuolella oleva mittauspiste ylittänyt myötörajan. Siirtymien edelleen kasvaessa ei terästen plastisoitunut alue enää leviä, vaan venymät alkavat kasvaa voimakkaasti vain teoreettisen maksimimomentin alueella. Tätä voidaan havainnollistaa esittämällä teräsvenymät eri mittauspisteissä eri kuormituspisteen siirtymän arvoilla kuvassa 10.5.

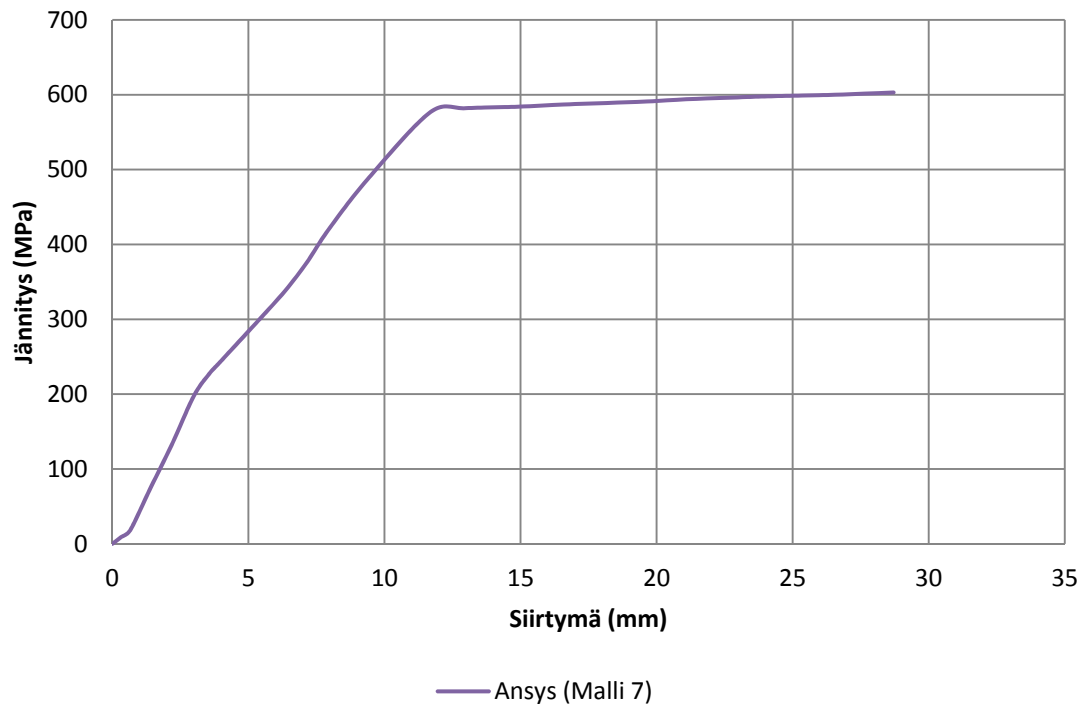


**Kuva 10.5** – Teräsvenymät eri mittauspisteissä. MP viittaa mittauspisteeseen, lukuarvot kuormituspisteen siirtymiin.

Kuvasta 10.5 nähdään, miten plastisen nivelen syntymisen jälkeen teräsvenymät eivät enää merkittävästi kasva teoreettisen maksimimomentin ulkopuolella. Kuormituspisteen siirtymän ollessa noin 15 mm ovat teoreettisen maksimimomentin alueen kaikki teräkset myötäneet. Tästä eteenpäin ne (mittauspisteet 1-3) saavat suuria plastisia venymiä. Maksimimomenttialueen ulkopuoliset pisteet 4 ja 5 eivät saa enää suuria venymiä, vaan niiden kasvu pysähtyy. Sama asia todettiin jo käsiteltäessä betonin puristumia, jolloin betonin puristuman kasvu hidastui merkittävästi teoreettisen maksimimomenttialueen ulkopuolella sen jälkeen, kun terästen myötöraja oli ylittynyt.

Myötörajan ylittymisen jälkeen terästen jännitys-venymäkäyttäytyminen on lineaarista, jonka vuoksi esimerkiksi kuvan 10.1 kulmakerroin vakiintuu punaisten viivojen kuvaaman terästen myötörajan ylittymisen jälkeen. Viivojen välissä myötöalue leviää samalla kun osa teräksistä venyy elastisella, osa plastisella alueella. Tällä alueella kuvaaja on epälineaarinen.

Staattisessa taivutuskokeessa ei mitattu varsinaisia teräsjännityksiä, vaikkakin niiden yhteys venymään tunnetaan etukäteen suoritettujen terästen vetokokeiden ansiosta. Laskentaohjelmasta teräsjännitysten määrittäminen onnistuu suoraan. Suurin vallitseva teräsjännitys siirtymän funktiona on esitetty kuvassa 10.6.



**Kuva 10.6** – Suurin vallitseva teräs­jännitys kuormituspisteen siirtymän funktiona.

Laatan murtumisen hetkellä teräs­jännitys on vasta hieman yli 600 MPa. Teräkselle käytetty bilineaarinen jännitys­venymäyhteys ei siis vääristä tuloksia, koska tässä ei olla lähellä tilannetta, jossa teräkset saavuttaisivat murtovenymänsä ennen betonin puristus­murtumista. Terästen vetokokeessa teräkset kestivät ennen murtumistaan yli 700 MPa:n jännityksiä.

## 10.4 Halkeilu

Halkeilun osalta laskentaohjelman ja todellisen halkeilun välinen vertailu on vaikeampaa. Halkeilun tarkka kuvaaminen vaatisi erittäin tiheän elementtiverkon, koska laskentaohjelma kuvaa harvallaakin verkolla yhden kokonaisen elementin kokonaan vaurioituneeksi. Näin ollen esimerkiksi halkeilun tarkastelu vaurioituneen alueen profiilin pinta­alan kautta on erittäin riippuvainen käytetystä elementtiverkosta.

Sopivan tiheää elementtiverkkoa käytettäessä yksittäiset halkeamat tulevat jo pienillä kuormitusaskelilla erikseen näkyviin, mikä kuvaa halkeilun lokalisoitumista osaltaan oikein. Ennen näiden yksittäisten huippujen syntymistäkin ohjelma kuvaa kuitenkin koko alapinnan useamman elementin paksuudelta vaurioituneeksi. Kokeesta mitattujen halkeamien tiheys ei ollut lähelläkään tilannetta, jota laskentaohjelma kuvasi. Yksittäisten halkeamien etäisyys toisistaan oli huomattavasti suurempi kuin laskentaohjelman elementtijako harvallaakaan verkolla.

Poikkileikkauksen jännitys­jakauman kannalta laskentaohjelman kuvaaman betonin liiallinen halkeilu alapinnassa ei ole niin merkittävä asia kuin halkeamien oikea korkeus. Kuvista 10.6 ja 10.7, joissa laskentaohjelman kuvaama vaurioitunut alue esitettiin yh-

dessä koetulosten yksittäisten halkeamien kanssa, nähdään että samalla siirtymän arvol- la halkeamien korkeus on hyvin lähellä vaurioituneen alueen rajaa. Tästä päästään jäl- leen johtopäätökseen, että sama siirtymän arvo vaatii laskentatavasta riippumatta sa- manlaisen poikkileikkauksen muodonmuutosjakauman, jolloin samankorkuinen osuus betonista on haljennut.

Pelkkää laskentaohjelman kuvaamaa vaurioitunutta aluetta tarkastelemalla havaitaan, että teoreettisen maksimitaivutusmomentin alueella betoni on vaurioitunut suurilla kuormituksen arvoilla koko matkalta yläpinnan teräksiin asti. Tämän alueen ulkopuolel- la yksittäiset halkeamat eivät yllä aivan niin pitkälle. Lisäksi siellä huippuja on har- vemmassa. Poikkileikkauksessa, jossa taivutusmomentti on suurimmillaan, vaaditaan suuria muodonmuutoksia, jotka puolestaan vaativat suuria jännityksiä. Suuret jännityk- set saavat aikaan tiheämmän halkeilun betonissa, koska betonin vetokapasiteetti ylittyy lyhyemmällä matkalla. Tämä saa aikaan halkeaman ja vetoresultantin siirtymisen teräk- selle. Näin ollen teoreettisen maksimimomentin alueella betonin vetokapasiteetti voi teoriassa ylittyä jo yhden elementin matkalla. Tämän alueen ulkopuolella huiput ovat huomattavasti harvemmassa, eikä jokaisen elementin matkalla ole vaurioitumisen huip- pupistettua.

## 11 YHTEENVETO

Tässä diplomityössä käsiteltiin betonin numeerista analyysia Ansys-laskentaohjelmalla. Ohjelmalla mallinnettiin nelipistetaivutuskoe, jonka avulla teräsbetonirakenteen taivutusmurtoa voidaan tutkia. Laskentaohjelman tuloksia verrattiin kokeellisiin havaintoihin. Lisäksi tapaukseen sovellettiin mahdollisuuksien rajoissa myös analyyttisiä laskentamenetelmiä. Betonin tiedetään olevan haastavasti kuvattavissa oleva materiaali, jota ei ole helppo saada laskentaohjelmassa käyttäytymään todenmukaisella tavalla. Mikromekaanisten ilmiöiden ja epähomogeenisen rakenteen omaavaa betonia pitää laskennallisesti pystyä tarkastelemaan yksinkertaisena homogeenisena materiaalina, jonka parametreja käsiteltiin tämän työn teoriaosuudessa. Laskentamallin esittelyn yhteydessä käsiteltiin ohjelmaan syötettäviä parametreja ja niiden yhteyksiä mallin laskennalliseen toimintaan. Ohjelman käytön kaikki yksityiskohdat ilmenevät parhaiten liitteenä olevasta APDL-komentojonosta.

Laskennallisen tarkastelun lähtökohtana oli VTT:n suorittama raudoitettun betonilaatan staattinen taivutuskoe. Koe toistettiin laskentaohjelmalla käyttäen vastaavia materiaali-parametreja. Luomalla useampia malleja saatiin selville elementtiverkon tiheyden ja lukuisien materiaaliominaisuuksien vaikutuksia tuloksiin, jolloin mallit saatiin parametreja säätämällä vastaamaan paremmin todellisuutta. Nämä parametrit eivät ole suoraan mitattavissa materiaalista tai koekappaleesta itsestään. Taivutuksen kannalta tällainen oleellinen parametri on betonin murtumisenergia, joka riippuu paitsi materiaalin vetolujuudesta, myös esimerkiksi käytetystä elementtiverkosta ja laskentaohjelmaan asetettavasta kertoimesta. Käyttämällä valmiita kaavoja rakenteelle, jonka poikkileikkauksen taivutusominaisuudet muuttuvat kuormituksen kasvaessa, laatan muodonmuutossuureita ja siirtymiä laskettiin myös analyyttisesti. Taivutuksen alainen betonilaatta on hyvä esimerkki rakenteesta, jonka siirtymät kasvavat perinteisestä palkkiteoriasta poiketen nopeammin, mikä johtuu poikkileikkauksen redusoitumisesta, eli tässä tapauksessa materiaalin halkeilusta.

Kun laskentaohjelman ominaisuuksien yhteydet tuloksiin saatiin selville, toteutettiin täysin käytännön koetta vastaava laskenta. Laskentatuloksista tarkasteltiin samoja suureita kuin kokeesta mitattuja. Näitä olivat laatan siirtymät, yläpinnan betonin puristumat ja vetoterästen venymät. Lisäksi tarkasteltiin laatan profiilin aluetta, jonka laskentaohjelma kuvasi halkeilleeksi. Tätä aluetta verrattiin kokeesta mitattuihin yksittäisiin halkeamiin, joiden sijainti ja syvyys tunnettiin vallitsevan kuorman funktiona.

Laatan siirtymien osalta laskennalliset tulokset vastasivat hyvin tarkasti koetuloksia aina terästen myötörajan ylittymiseen asti. Laskentaohjelmalla saatiin näkyviin myös ensimmäisen halkeaman syntyminen, jota ennen rakenteella oli huomattavasti suurempi



jäykkyys ja pienemmät siirtymät. Terästen myötörajan ylittyminen tapahtui suunnilleen samalla siirtymän arvolla, joskin kuormitus oli laskentaohjelmassa sillä hetkellä jonkin verran suurempi. Myötörajan ylittymisen jälkeen laatan siirtymä-voimakuvaja noudatti sekä laskenta- että koetulosten osalta suunnilleen samaa kulmakerrointa, mikä osoittaa teräksen bilineaarisen toimintamallin oikeellisuuden. Laskentamallilla saavutettiin lopulta jopa noin 20 % suurempi kokonaiskapasiteetti ennen laatan murtumista kuin kokeiden laatoilla. Tämä osoittaa, että kun epähomogeeninen materiaali viedään aivan äärirajoille, se todennäköisesti murtuu jo huomattavasti ideaalitulannetta aiemmin.

Betonin puristumien osalta koetuloksissa oli huomattavaa hajontaa, mutta laskennalliset tulokset asettuivat huomattavan lähelle toista koetta. Suurimpana erona laskenta- ja koetulosten välillä oli laskentaohjelman tuloksista havaittavissa olevat suuret muodonmuutokset materiaaleissa myös teoreettisen suurimman taivutusmomentin ulkopuolisella alueella. Koetuloksissa maksimitaivutusmomentin alueelle syntyi terästen myötörajan ylittymisen takia selvä plastinen nivel, jonka ulkopuolisella alueella betonin muodonmuutokset pysähtyivät. Laskentatuloksissa näin ei käynyt, vaikkakin muodonmuutosten kasvu hidastui huomattavasti. Tästä johtui luultavasti myös osaltaan laskentaohjelman laatan suurempi murtokapasiteetti, sillä tämä vaikutti tuloksiin vasta terästen myötörajan ylittymien jälkeen, jolloin eroja tapausten välillä alkoi syntyä.

Myös terästen venymissä eri kokeiden välillä oli huomattavaa hajontaa. Laskentatulokset vastasivat kuitenkin melko hyvin toista näistä kokeista. Laskentaohjelman voidaan todeta kuvaavan taivutusraudoituksen käyttäytymistä hyvin. Terästen myötörajan ylittyminen erottui selvästi. Se ei tapahtunut koko teoreettisen maksimimomentin alueella yhtäaikaaisesti, vaan eri mittauspisteissä plastisia venymiä alettiin havaita eri kuormitusaskelilla. Vähitellen tälle alueelle syntyi edellä kuvattu plastinen nivel, joka vaikutti myös betonin muodonmuutoksiin. Taivutuksen vetoresultantti siirtyi terästen plastisiksi venymiksi sille alueelle, jolla myötöraja oli jo ylittynyt. Kuormituksen edetessä tietyn vaiheen jälkeen tämä alue ei enää levinnyt.

Halkeilun kuvaaminen laskentaohjelmalla on haastavaa, koska yksittäisten halkeamien matemaattinen käsittely ei ole yksinkertaista. Halkeilua kuvaa parhaiten elementistä luettavissa oleva parametri, joka kertoo tietyn suunnan vaurioitumisasteen. Betonissa tämä vaurioitumisaste on epäjatkuva, koska yhdessä suunnassa materiaali on joko haljennut, ehjä tai murskaantunut. Tässä kokeessa vetojännitysten suunta tiedettiin, joten voitiin tarkastella vain, millä alueella elementit ovat vaurioituneet. Tällainen tarkastelumalli on huomattavan verkkoriippuvainen, koska vaurioitumista voidaan tarkastella vain elementin kokoisin askelin. Yleisesti kiinnostava asia on halkeamien syvyys, jonka todettiin laskenta- ja koetuloksien välillä etenkin teoreettisen maksimimomentin alueella vastaavan huomattavan hyvin toisiaan. Tämän alueen ulkopuolella syvyyksissä oli jonkin verran eroja, kuten myös halkeilleen alueen jänteen suuntaisessa pituudessa. Myös nämä erot syntyvät suurilta osin laskentaohjelman erilaisesta kyvystä kuvata rakenteen toimintaa plastisen nivelen ulkopuolisella alueella.

## LÄHTEET

- [1] Ansys 14.0 Theory Reference. 4.10. Concrete.
- [2] Ansys 14.0 Theory Reference 14.65. Solid65.
- [3] Barbosa, A.F., Ribeiro G.O., 1998. Analysis of Reinforced Concrete Structures Using Ansys Nonlinear Concrete Model. Federal University of Minas Gerais.
- [4] Bischoff, P., Gross, S. 2011. Equivalent Moment of Inertia Based on Integration of Curvature. Journal of Composites for Construction. ASCE. May/June 2011.
- [5] Borrvall, T., Riedel, W. 2011. The RHT Concrete Model in LS-Dyna.
- [6] Calonius, K., Saarenheimo, A., Tuomala, M. 2013. Research Report VTT-R-01653-13.
- [7] Drucker, D.C., Prager, W., 1952. Soil Mechanics and Plastic Analysis for Limit Design. Brown University.
- [8] Kaewunruen, S., Remennikov, A.M., 2006. Nonlinear Finite Element Modelling of Railway Prestressed Concrete Sleeper. University of Wollongong. Proceedings of the 10th East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction, 3 - 5 August 2006, volume 4, Real Structures: Bridges and Tall Buildings, 323-328, Bangkok, Thailand: School of Engineering and Technology, Asia Institute of Technology.
- [9] Masti, K., Maghsoudi, A.A., Rahgozar, R., 2008. Nonlinear Models and Experimental Investigation of Lifetime History of HSC Flexural Beams. University of Kerman. American Journal of Applied Sciences 5 (3): 248-262, 2008
- [10] Ratvio, J. 2001. Ultralujan betonin käyttösovellukset. Esitutkimus. VTT Rakennus- ja yhdyskuntatekniikka.
- [11] Salmi, T., Kuula, K. 2012. Rakenteiden mekaniikka. Pressus Oy.
- [12] The International Federation for Structural Concrete. 2010. Model Code 2010.
- [13] Willam, K.J., Warnke, E.P. 1974. Constitutive model for the triaxial behavior of concrete.

## LIITTEET

### Liite A: APDL-komentojo

Tässä liitteessä on esitetty APDL-kielen komentojo, jolla malli 3 on luotu. Komento-  
jonosta ilmenevät mallin luomiseen käytetyt käskyt, mallintamistapa sekä materiaaliar-  
vot. Ensimmäiseen SOLVE-komentoon (s.78) asti syötetty komentojo vie laskenta-  
aikaa tietokoneen kapasiteetista riippuen noin 3-4 tuntia. Tämän jälkeen laskenta on  
manuaalisesti keskeytettävä. Toisen komentojonon (s.79) alussa olevalla ensimmäisellä  
käskyllä saadaan laskenta alkamaan viimeisimmästä ratkaisusta uusilla laskentakritee-  
reillä. Jälkimmäisen komentojonon ajo vie aikaa noin 15 minuuttia.

/PREP7	MPDATA,PRXY,2,,0.3
/COM, Structural	TB,BISO,2,1,2,
!* !* ET,1,SOLID65	TBTEMP,0 TBDATA,,500,12000,, R,1, , , , , ,
!* KEYOPT,1,1,0 KEYOPT,1,3,0 KEYOPT,1,5,0 KEYOPT,1,6,0 KEYOPT,1,7,1 KEYOPT,1,8,0 !* DOF,ROTX,ROTY,ROTZ	RMORE, , , , , , RMORE, , !* R,2,2,0.0328, , , , , RMORE, , , , , , RMORE, , !* K,1,0,0,0, /VIEW,1,1,2,3 /ANG,1 /REP,FAST
!* MPTEMP,,,,,,,, MPTEMP,1,0 MPDATA,EX,1,,25000 MPDATA,PRXY,1,,0.15 TB,CONC,1,1,9, TBTEMP,0 TBDATA,,0.3,0.4,5.16,41.5,48.1,10 TBDATA,,60,50,0.9,, MPTEMP,,,,,,,, MPTEMP,1,0 MPDATA,EX,2,,200000	K,2,1000,0,0, K,3,1000,300,0, K,4,0,300,0, K,5,0,0,10, K,6,1000,0,10, K,7,1000,300,10, K,8,0,300,10, K,9,0,0,30, K,10,1000,0,30, K,11,1000,300,30,

```

K,12,0,300,30,
K,13,0,0,120,
K,14,1000,0,120,
K,15,1000,300,120,
K,16,0,300,120,
K,17,0,0,140,
K,18,1000,0,140,
K,19,1000,300,140,
K,20,0,300,140,
K,21,0,0,150,
K,22,1000,0,150,
K,23,1000,300,150,
K,24,0,300,150,
/VIEW,1,,,1
/ANG,1
/REP,FAST
V,1,2,3,4,5,6,7,8
V,5,6,7,8,9,10,11,12
V,9,10,11,12,13,14,15,16
V,13,14,15,16,17,18,19,20
V,17,18,19,20,21,2,23,24
/VIEW,1,1,2,3
/ANG,1
/REP,FAST
VPLOT
/VIEW,1,,,1
/ANG,1
/REP,FAST
vlist, all
V,17,18,19,20,21,22,23,24
/VIEW,1,1,1,1
/ANG,1
/REP,FAST
/VIEW,1,-1
/ANG,1
/REP,FAST
FLST,5,3,6,ORDE,3
FITEM,5,1
FITEM,5,3
FITEM,5,5
CM,_Y,VOLU
VSEL,, , ,P51X

```

```

CM,_Y1,VOLU
CMSEL,S,_Y
!*
CMSEL,S,_Y1
VATT,1,1,1,0
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
!*
FLST,5,2,6,ORDE,2
FITEM,5,2
FITEM,5,4
CM,_Y,VOLU
VSEL,, , ,P51X
CM,_Y1,VOLU
CMSEL,S,_Y
!*
CMSEL,S,_Y1
VATT,1,2,1,0
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
!*
ESIZE,25,0,
MSHAPE,0,3D
MSHKEY,1
!*
FLST,5,4,6,ORDE,4
FITEM,5,1
FITEM,5,-2
FITEM,5,4
FITEM,5,-5
CM,_Y,VOLU
VSEL,, , ,P51X
CM,_Y1,VOLU
CHKMSH,'VOLU'
CMSEL,S,_Y
!*
VMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1

```

```

CMDELE,_Y2
!*
ESIZE,12.5,0,
CM,_Y,VOLU
VSEL,, , , 3
CM,_Y1,VOLU
CHKMSH,'VOLU'
CMSEL,S,_Y
!*
VMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*
/UI,MESH,OFF
/VIEW,1,1,2,3
/ANG,1
/REP,FAST
FINISH
/SOL
FLST,2,5,5,ORDE,5
FITEM,2,3
FITEM,2,8
FITEM,2,13
FITEM,2,18
FITEM,2,23
!*
/GO
DA,P51X,ALL,
FLST,2,5,5,ORDE,5
FITEM,2,3
FITEM,2,8
FITEM,2,13
FITEM,2,18
FITEM,2,23
DADELE,P51X,UZ
/VIEW,1,1,1,1
/ANG,1
/REP,FAST
FLST,2,1,4,ORDE,1
FITEM,2,44

```

```

!*
/GO
DL,P51X, ,ALL,
FLST,2,1,4,ORDE,1
FITEM,2,44
DLDELE,P51X,ROTY
FLST,2,1,4,ORDE,1
FITEM,2,44
DLDELE,P51X,UX
/VIEW,1,, ,1
/ANG,1
/REP,FAST
FLST,2,13,1,ORDE,4
FITEM,2,32
FITEM,2,64
FITEM,2,424
FITEM,2,-434
!*
/GO
F,P51X,FZ,2000
/VIEW,1,1,2,3
/ANG,1
/REP,FAST
!*
NSUBST,100,10000,50
OUTRES,ERASE
OUTRES,ALL,ALL
NEQIT,100000
/STATUS,SOLU
SOLVE

```

```

!*
ANTYPE,0
!*
CNVTOL,,-1,24
CNVTOL,,-1,23
CNVTOL,U, ,0.05,0, ,
!*
/STATUS,SOLU
SOLVE
FINISH
/POST1
!*
PRNSOL,U,Z
FINISH

```

## **Liite B: Tulokset**

### **B.1 Yleistä**

Tässä liitteessä käsitellään Ansys-laskentaohjelmalla saatuja tuloksia staattisesta teräs-betonilaatan taivutuskokeesta. Materiaaliparametrit on asetettu vastaamaan kokeellisesti todellisesta kokeesta määritettyjä arvoja, ja niiden vaikutus ja toimivuus on todettu kappaleessa 6. Laskennan yleinen kulku on esitelty kappaleessa 4. Tässä liitteessä esitetään päätulokset numeerisessa muodossa sekä kuvaajina.

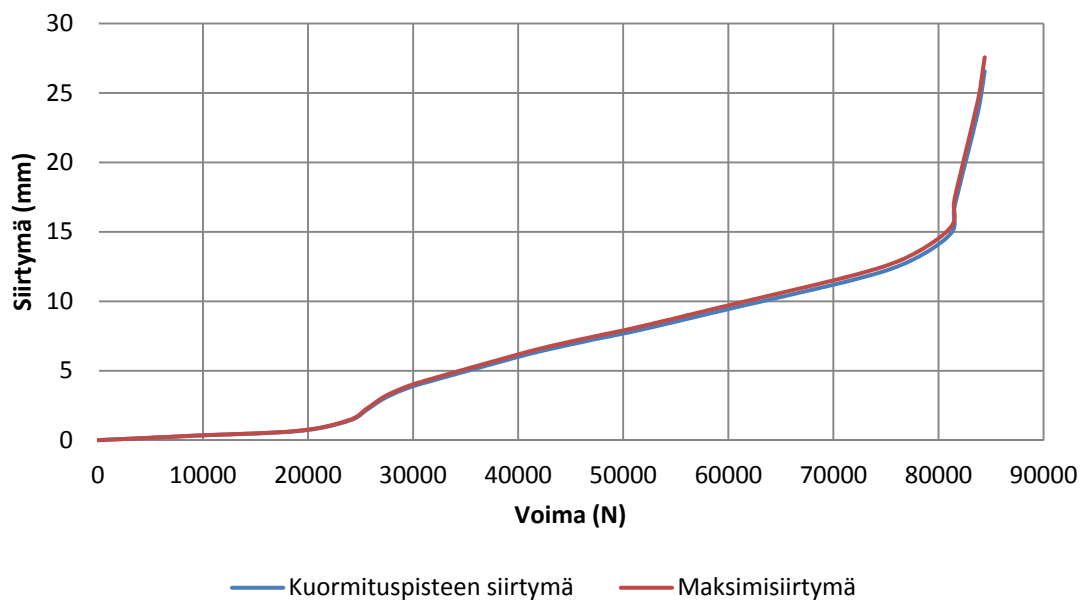
### **B.2 Siirtymät**

Laatan siirtymää mitattiin kahdessa pisteessä, kuormituslinjalla ja jänteen puolivälissä. Saadut siirtymät sekä vallitsevat kuormat aika-askeleittain on esitetty taulukossa B.1.

**Taulukko B.1** – Ansyksella lasketut kuormat ja niitä vastaavat siirtymät. Symboli  $\Delta_1$  kuvaa kuormituspisteen siirtymää,  $\Delta_2$  laatan maksimisiirtymää.

$F$ (N)	9338	19082	23954	25578	27202	28826	30450	36946	41818
$\Delta_1$ (mm)	0,33	0,66	1,41	2,18	2,99	3,56	3,99	5,36	6,35
$\Delta_2$ (mm)	0,33	0,68	1,46	2,27	3,11	3,69	4,13	5,53	6,54
$F$ (N)	46690	51562	59682	72674	77546	81200	81484	81971	82459
$\Delta_1$ (mm)	7,17	7,93	9,38	11,70	12,99	14,90	16,60	18,17	19,66
$\Delta_2$ (mm)	7,38	8,17	9,65	12,03	13,37	15,36	17,14	18,79	20,34
$F$ (N)	82946	83433	83920	84407	84732				
$\Delta_1$ (mm)	21,10	22,60	24,21	26,56	28,71				
$\Delta_2$ (mm)	21,85	23,42	25,10	27,56	29,81				

Kumpikin mitattu siirtymä kuormituksen funktiona on esitetty kuvassa B.1.



**Kuva B.1** – Laatan siirtymät kuormituksen funktiona.

### B.3 Betonin puristuma

Laatan yläpinnan betonin puristumaa mitattiin kahdesta pisteestä, laatan jänteen puolivälistä ( $\varepsilon_{bl}$ ) sekä 355 mm etäisyydellä puolivälistä ( $\varepsilon_{b2}$ ). Mitattu puristuma oli laatan jänteen suuntainen. Puristuma-arvot eri kuormitusaskelilla on esitetty taulukossa B.2.

**Taulukko B.2** – Yläpinnan betonin puristumat kahdessa eri mittauspisteessä.

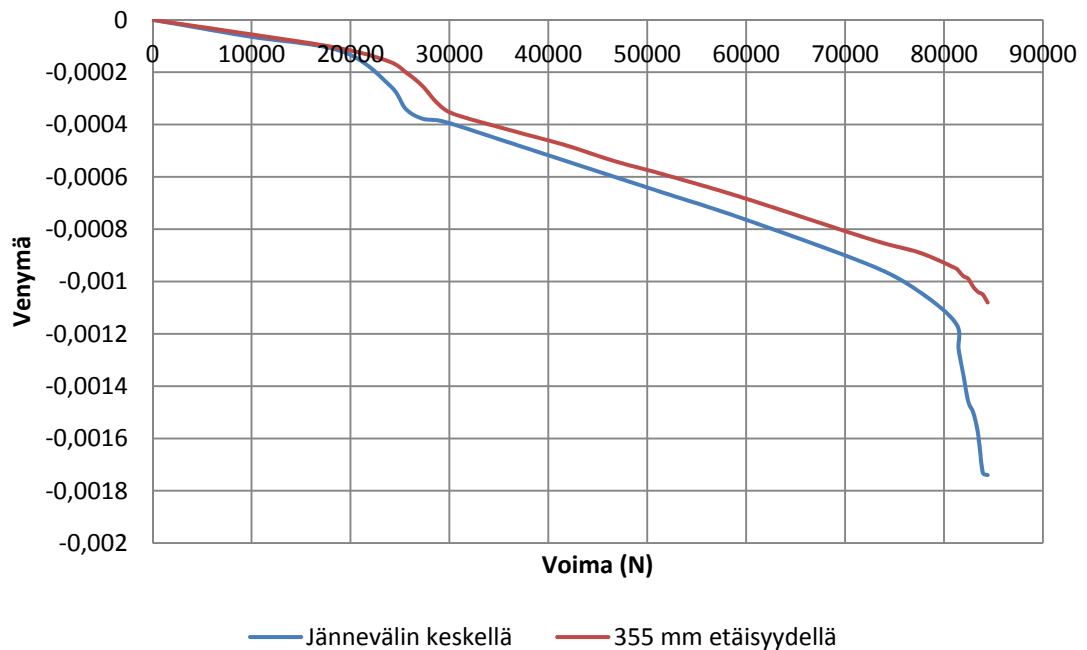
F (N)	9338	19082	23954	25578	27202	28826	30450
$\varepsilon_{b1}$	-0,00006	-0,00012	-0,00025	-0,00034	-0,00038	-0,00038	-0,00040
$\varepsilon_{b2}$	-0,00005	-0,00011	-0,00016	-0,00020	-0,00025	-0,00032	-0,00036

F (N)	36946	41818	46690	51562	59682	72674	77546
$\varepsilon_{b1}$	-0,00048	-0,00054	-0,00060	-0,00066	-0,00076	-0,00094	-0,00104
$\varepsilon_{b2}$	-0,00043	-0,00048	-0,00054	-0,00059	-0,00068	-0,00084	-0,00089

F (N)	81200	81484	81971	82459	82946	83433	83920
$\varepsilon_{b1}$	-0,00116	-0,00126	-0,00136	-0,00146	-0,00150	-0,00158	-0,00173
$\varepsilon_{b2}$	-0,00095	-0,00096	-0,00098	-0,00099	-0,00102	-0,00104	-0,00105

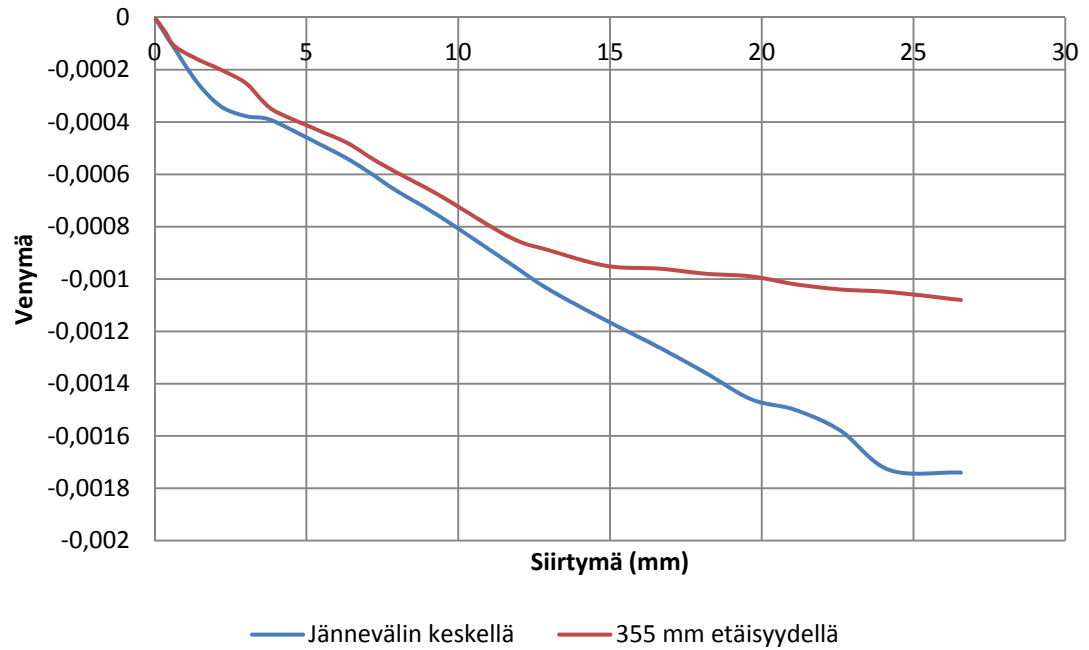
F (N)	84407	84732
$\varepsilon_{b1}$	-0,00174	-0,00181
$\varepsilon_{b2}$	-0,00108	-0,00119

Betonin puristumat kuormituksen funktiona on esitetty kuvassa B.2.

**Kuva B.2** – Betonin muodonmuutokset kuormituksen funktiona.

Betonin puristumat kuormituspisteen siirtymän funktiona on esitetty kuvassa B.3.





**Kuva B.3** – Betonin puristumat kuormituspisteen siirtymän funktiona.

#### B.4 Teräsvenymä

Teräsvenymää mitattiin viidestä pisteestä. Ensimmäinen mittauspiste ( $\epsilon_{tl}$ ) sijaitsi laatan jänteen puolivälissä, ja neljä seuraavaa siitä tasaisesti 100 mm etäisyydellä toisistaan kohti laatan tukea. Teräsvenymät mittauspisteissä eri kuormituksen arvoilla on esitetty taulukossa B.3.

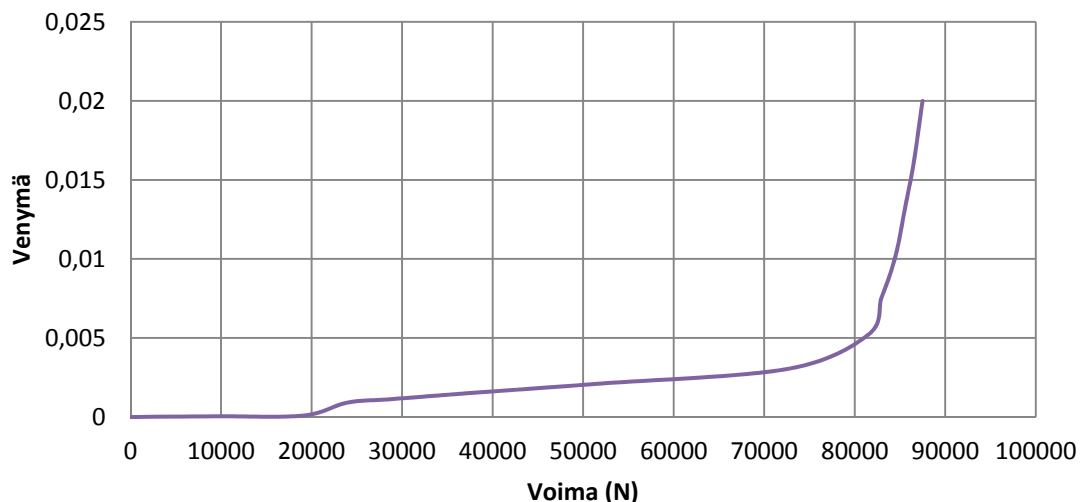
**Taulukko B.3** – Teräsvenymät eri mittauspisteissä kuormitusaskeleittain. Lihavoidut arvot ylittävät teräksen myötövenymän.

F(N)	9338	19082	23954	25578	27202	28826	30450	36946
$\varepsilon_{t1}$	0,00004	0,00009	0,00033	0,00066	0,00098	0,00113	0,00122	0,00149
$\varepsilon_{t2}$	0,00005	0,00009	0,00032	0,00065	0,00096	0,00110	0,00118	0,00144
$\varepsilon_{t3}$	0,00004	0,00009	0,00038	0,00063	0,00091	0,00107	0,00118	0,00146
$\varepsilon_{t4}$	0,00004	0,00008	0,00022	0,00036	0,00057	0,00076	0,00092	0,00124
$\varepsilon_{t5}$	0,00003	0,00007	0,00010	0,00012	0,00024	0,00043	0,00065	0,00103

F(N)	41818	46690	51562	59682	72674	77546	81200	81484
$\varepsilon_{t1}$	0,00169	0,00189	0,00210	0,00243	<b>0,00305</b>	<b>0,00352</b>	<b>0,00434</b>	<b>0,00520</b>
$\varepsilon_{t2}$	0,00165	0,00184	0,00203	0,00235	0,00289	<b>0,00329</b>	<b>0,00408</b>	<b>0,00490</b>
$\varepsilon_{t3}$	0,00167	0,00186	0,00205	0,00238	<b>0,00293</b>	<b>0,00337</b>	<b>0,00420</b>	<b>0,00507</b>
$\varepsilon_{t4}$	0,00142	0,00159	0,00175	0,00202	0,00255	0,00272	<b>0,00295</b>	<b>0,00305</b>
$\varepsilon_{t5}$	0,00127	0,00141	0,00155	0,00179	0,00217	0,00232	0,00245	0,00246

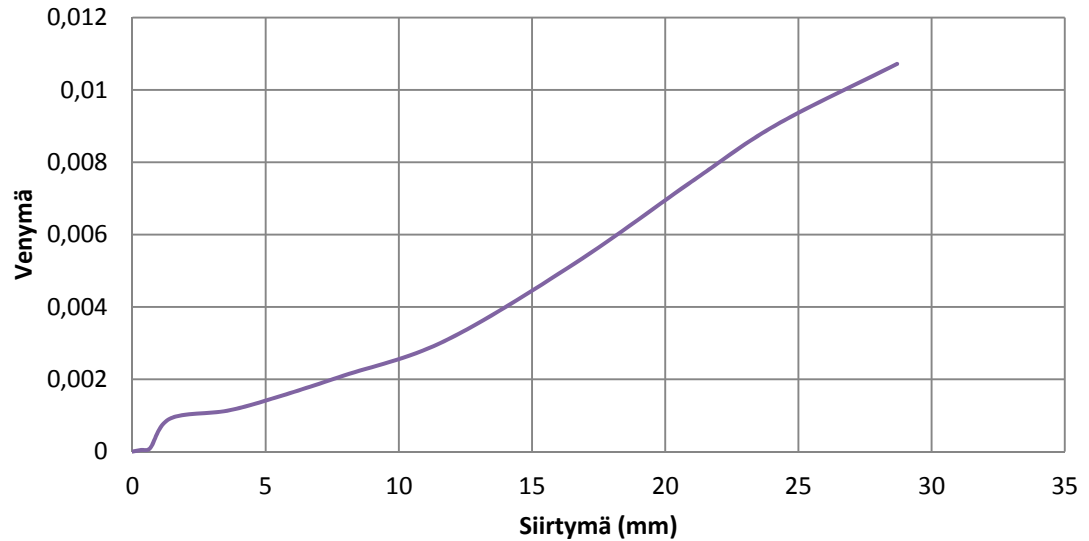
F(N)	81971	82459	82946	83433	83920	84407	84732
$\varepsilon_{t1}$	<b>0,00602</b>	<b>0,00677</b>	<b>0,00752</b>	<b>0,00829</b>	<b>0,00905</b>	<b>0,00984</b>	<b>0,01050</b>
$\varepsilon_{t2}$	<b>0,00565</b>	<b>0,00636</b>	<b>0,00710</b>	<b>0,00786</b>	<b>0,00864</b>	<b>0,00976</b>	<b>0,01070</b>
$\varepsilon_{t3}$	<b>0,00587</b>	<b>0,00664</b>	<b>0,00738</b>	<b>0,00811</b>	<b>0,00882</b>	<b>0,00957</b>	<b>0,01020</b>
$\varepsilon_{t4}$	<b>0,00507</b>	<b>0,00314</b>	<b>0,00319</b>	<b>0,00325</b>	<b>0,00333</b>	<b>0,00345</b>	<b>0,00354</b>
$\varepsilon_{t5}$	0,00248	0,00249	0,00250	0,00252	0,00253	0,00254	0,00255

Suurin vallitseva teräsvenymä kuormituksen funktiona on esitetty kuvassa B.4.



**Kuva B.4** – Suurin vallitseva teräsvenymä kuormituksen funktiona.

Suurin vallitseva teräsvenymä kuormituspisteen siirtymän funktiona on esitetty kuvassa B.5.



**Kuva B.5** - Suurin vallitseva teräsvenymä kuormituspisteen siirtymän funktiona.

## B.5 Teräsjännitykset

Teräsjännityksiä mitattiin samoista pisteistä kuin teräsvenymiä. Teräsjännitykset eri mittauspisteissä kuormitusaskeleittain on esitetty taulukossa B.4.

**Taulukko B.4** – Teräsjännitykset eri mittauspisteissä kuormitusaskeleittain. Jännityksen yksikkö on MPa.

F(N)	9338	19082	23954	25578	27202	28826	30450	36946	41818
$\sigma_{t1}$	8,8	18	66	132	197	227	244	298	338
$\sigma_{t2}$	9,0	18	65	129	191	221	236	287	329
$\sigma_{t3}$	8,9	18	75	126	182	214	236	292	333
$\sigma_{t4}$	8,1	17	44	72	114	153	185	248	285
$\sigma_{t5}$	6,9	14	19	24	48	87	131	206	255

F(N)	46690	51562	59682	72674	77546	81200	81484	81971	82459
$\sigma_{t1}$	377	419	487	577	582	584	587	589	591
$\sigma_{t2}$	268	406	470	567	581	583	586	588	590
$\sigma_{t3}$	372	411	476	571	581	584	586	589	591
$\sigma_{t4}$	318	351	405	509	539	564	871	575	578
$\sigma_{t5}$	281	310	359	433	464	491	491	496	499

$F(N)$	82946	83433	83920	84407	84732
$\sigma_{t1}$	594	596	598	600	602
$\sigma_{t2}$	592	595	597	600	603
$\sigma_{t3}$	593	595	597	600	602
$\sigma_{t4}$	580	581	581	582	582
$\sigma_{t5}$	502	504	507	509	510